

Un Modelo de Programación No Lineal Entera Mixta, PNLEM, para la Operación de una Empresa de Generación Hidroeléctrica en Mercados de Corto Pazo

Francisco J. Díaz

Luís F. Moreno

y

Gloria E. Peña

Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia
Medellín, Antioquia, Código postal 050034, Colombia

RESUMEN

Se desarrolla un modelo de Programación No Lineal Entera Mixta, PNLEM, para la programación de la operación integrada, en el corto plazo, de una empresa de generación hidroeléctrica propietaria de una serie de centrales lo largo de un sistema de embalses en cascada. Su objetivo es maximizar el beneficio por la energía generada y vendida en la bolsa de electricidad, para el mercado del día siguiente, considerando la eficiencia técnica y los costos de encendido de las unidades de generación o turbinas. Cada central puede tener una o varias de estas unidades, para cada una de las cuales se dispone de varias tripletas de datos: la cabeza hidráulica, la descarga de agua y la potencia generada. Con esta información se calcula la eficiencia técnica de cada unidad y, mediante una regresión estadística no lineal múltiple, se estima su 'diagrama colinar' donde se representa su eficiencia como una función cuadrática de la cabeza y la descarga. Se calcula la eficiencia técnica de la central, a partir de la eficiencia de todas sus turbinas. Se analiza un caso de estudio de dimensiones realistas.

Palabras Claves: Cabeza neta, descarga de agua, eficiencia técnica, turbinas, optimización, generación hidroeléctrica.

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de generación hidroeléctrica, la operación óptima del sistema es un problema complejo de optimización dinámica, estocástica, a gran escala (Heredía y Nabona, 1995). En esta investigación, la variable de decisión es la descarga de agua o caudal turbinado durante cada período del horizonte de programación. En la operación de una central hidroeléctrica deben satisfacerse condiciones de balance hídrico temporal y espacial, y restricciones técnicas como las capacidades de almacenamiento de agua en los embalses y la capacidad instalada de la planta.

Las estructuras de los sistemas de potencia han evolucionado de monopolios centralizados a mercados en competencia (Velásquez et al, 1999) generalmente basados en una bolsa de energía donde se realizan los intercambios comerciales. Como consecuencia de esta evolución, los agentes del mercado se han visto en la necesidad de revisar sus enfoques, estrategias y metodologías de formulación de políticas y toma de decisiones

para lograr la eficiencia de sus actividades que le permitan ser cada vez más competitivos.

En este trabajo se desarrolla un modelo de Programación No Lineal Entera Mixta, PNLEM, para la operación óptima de una empresa de generación hidroeléctrica propietaria de un sistema de centrales interconectadas, a lo largo de un sistema de embalses en cascada. En un estudio previo, a partir de las gráficas entregadas por los fabricantes de las turbinas conocidas como 'diagramas colinares' o 'hill diagrams' y mediante un análisis estadístico, de regresión no lineal múltiple, se representa la eficiencia técnica de una Turbina Francis como una función cuadrática de la cabeza neta y la descarga de agua (Díaz, 2009). Con el propósito de lograr un uso racional y eficiente de los recursos hidráulicos utilizados en la generación hidroeléctrica, se incorpora esta eficiencia técnica en la función de generación de potencia para lograr una mejor aproximación de esta última.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Para la optimización de la operación de sistemas hidro-térmicos, una gran variedad de trabajos plantean técnicas y teorías que tratan de incrementar el beneficio de los generadores. Alley (1977), Salchegger (1995), Ouyang y Shahidepour (1991), Guan (1995), Pereira y Pinto (1985), aplican técnicas como listas de prioridad, curvas de capacidad, programación dinámica y relajación lagrangiana, entre otras. Deng (2004) usa programación estocástica; Legalov (2005), programación dinámica; Valenzuela (2005), optimización estocástica; Dentcheva et al (2008) usa un enfoque recursivo con metodologías primales y duales para resolver el problema de generación de potencia mediante un modelo de optimización entera mixta. Correa et al (2007) combina metodologías de punto interior e incorpora restricciones de la red de transmisión.

Aunque la literatura relacionada con el problema es abundante, son muy escasos los trabajos donde se considere la eficiencia técnica de las turbinas; al mejor conocimiento de los autores, no existe ninguno donde se realice su evaluación cuantitativa y menos la evaluación de la eficiencia técnica de una central hidroeléctrica. En el presente trabajo se realizan estos cálculos mediante un modelo de Programación No Lineal Entera Mixta, PNLEM

3. MODELO Y MÉTODOS DE SOLUCIÓN

Las unidades de generación hidroeléctrica presentan un comportamiento operacional complejo. Su potencia de salida depende básicamente de tres variables: la cabeza neta, la descarga de agua a las turbinas y la eficiencia del conjunto turbina-generador. La potencia de salida p_j en Megawatts (MW) de una unidad j puede escribirse como la Ec. (1), donde η_j representa la eficiencia de las unidades; q_j la descarga de agua a la turbina, en metros cúbicos por segundo (m^3/s) y h_j la cabeza neta en metros (m).

$$P(i) = 9.81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta(i) \cdot h(i) \cdot q(i) \quad \text{Ec. (1)}$$

Para calcular la eficiencia técnica en la operación de una turbina, se parte de los datos disponibles, varias tripletas de datos: la cabeza hidráulica, la descarga de agua y la potencia generada. Con esta información se calcula la eficiencia técnica de cada unidad y, mediante una regresión estadística no lineal múltiple, se estima su ‘diagrama colinar’ donde se representa su eficiencia como una función cuadrática de la cabeza y la descarga.

El procedimiento estadístico desarrollado consiste en tomar una muestra conformada por los puntos disponibles y con el uso del paquete estadístico R, hallar los coeficientes β_j de la ecuación de regresión ajustada, Ec. (2), obteniéndose el modelo de eficiencia mostrado en la Ec. (3).

La Figura 1 muestra el ‘diagrama colinar’ de la turbina 1, central 1, en la cual pueden observarse los parámetros de diseño, cabeza y descarga, en este caso, 27.5 m y 200 m^3/s , respectivamente, donde se presenta su desempeño óptimo, asociado al punto de “máxima eficiencia”, aproximadamente 0.94, en este caso. La Figura 2 representa la Figura 1 de manera tridimensional. En el presente trabajo, se utiliza esta función para la optimización y la toma de decisiones relacionadas con la descarga de agua a las turbinas de manera óptima en los procesos operativos diarios (en el contexto de mercados de corto plazo con resolución diaria como es el caso del sistema Colombiano). La Figura 3 ilustra la eficiencia técnica de la turbina 1, y, además, muestra la eficiencia acumulada para las turbinas 1 y 2, de la central 1. La figura 4 incluye también la eficiencia acumulada de las turbinas 1, 2 y 3.

La función objetivo consiste en maximizar el beneficio total, ingresos menos egresos, como se especifica en la Ec. (4) y en las Ecs. (5) a (7) donde se presenta la definición de cada uno de sus términos. Las relaciones que definen la dinámica del embalse y la generación de potencia son representadas mediante las Ecs. (8) a (24). El modelo GAMS completo no se anexa en este artículo por falta de espacio.

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 h + \beta_2 q + \beta_3 h^2 - \beta_4 q^2 + \beta_5 hq \quad \text{Ec. (2)}$$

$$\eta = 0.7568 + 0.009133h + 0.0003054q - 0.0001685h^2 - 0.0000006648q^2 - 0.0000007128hq \quad \text{Ec. (3)}$$

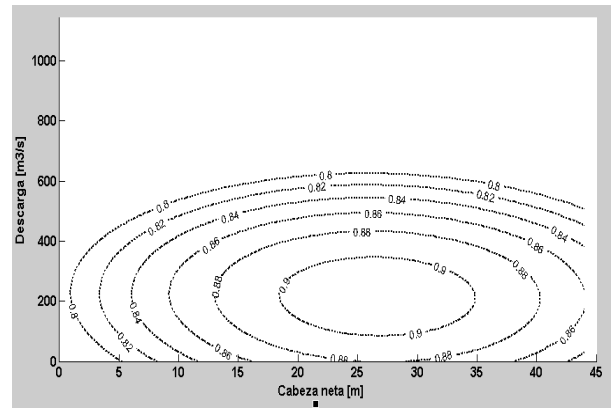


Figura 1. “Diagrama colinar” Turbina 1 de la Central 1

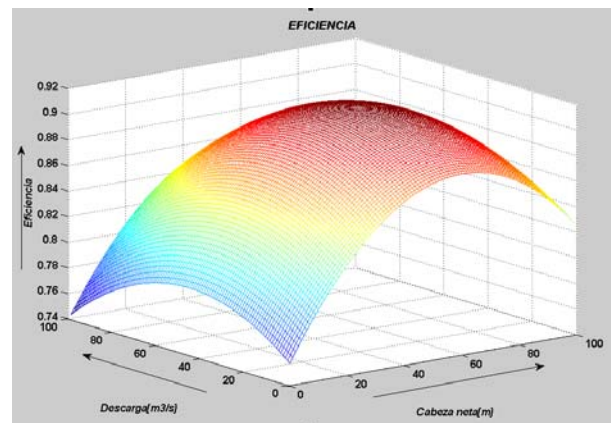


Figura 2. “Diagrama colinar” 3D Turbina 1 de la Central 1

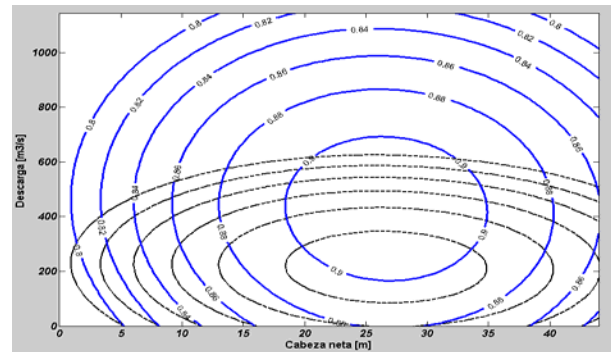


Figura 3. “Diagrama colinar” Turbina 1 y 2 de la Central 1

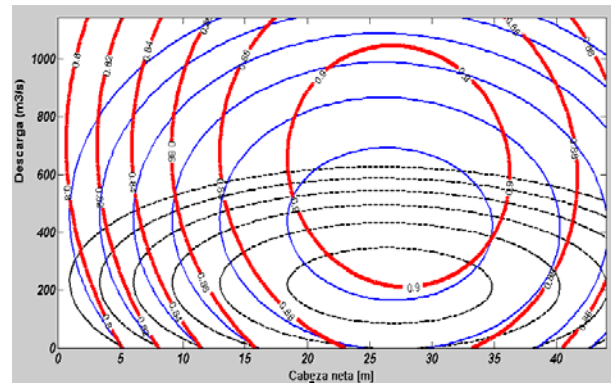


Figura 4. “Diagrama colinar” Turbina 1, 2 y 3 de la Central 1

A partir de múltiples análisis estadísticos para varios embalses del Sistema Eléctrico Colombiano, SEC, (Porce II, Troneras, La Tasajera, Miraflores, Guatapé y Playas, entre otros) mediante regresión estadística se estimó su relación volumen-cabeza como una función cuadrática que permite representar la cabeza neta del embalse, dado su volumen.

En las restricciones dadas por las Ec Se fijan los respectivos límites de la cabeza entre sus valores mínimo y máximo, para cada embalse. Para cada central hidroeléctrica bajo estudio, se sabe que cada unidad de generación opera con una turbina Francis, con un ‘diagrama colinar’ específico, semejante al de la Fig. 1, estimado mediante una regresión no lineal múltiple a partir de tripletas de datos disponibles para cada turbina. Se utilizan las variables binarias $e(p,t)$ para indicar si la unidad está encendida en el periodo, $e(p,t) = 1$, o si está apagada, $e(p,t) = 0$. Se establece la máxima generación como la capacidad de potencia de la unidad y se limita el vertimiento del embalse de estudio según su máxima capacidad.

Se usa un par de restricciones para modelar el estado de encendido y apagado de las plantas a lo largo del horizonte de tiempo, utilizando dos variables binarias que pueden parecer superfluas, ya que sólo aparecen en estas dos restricciones. Sin embargo, mediante simulaciones numéricas se ha probado su habilidad para reducir el tiempo de cálculo (Conejo et al, 2002).

$$Z = \sum_{i \in I} [INGope(i) - INGvfa(i) - COSenc(i)] \quad Ec. (4)$$

$$INGope(i) = \sum_{t \in T} L(t) * p(i,t) \quad \forall i \in I \quad Ec. (5)$$

$$INGvfa(i) = vol(i,NT) * VFA(i) \quad \forall i \in I \quad Ec. (6)$$

$$COSenc(i) = \sum_{t \in T} SU(i) * y(i,t) \quad \forall i \in I \quad Ec. (7)$$

$$VOLver(i,t) = vol(i,t-1) + W(i,t) + M * \{ \sum_{j \in T} MATtra(i,j) * [q(j,t-1) + ver(j,t-1)] - q(i,t) - ver(i,t) \} \quad Ec. (8)$$

$$VOLmin(i) \leq vol(i,t) \leq VOLmax(i) \quad \forall i \in I \quad Ec. (9)$$

$$Hmin(i) \leq h(i,t) \leq Hmax(i) \quad \forall i \in I \quad Ec. (10)$$

$$Qmin(i) * v(i,t) \leq q(i,t) \leq Qmax(i) * v(i,t) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (11)$$

$$h(i,t) = Hmin(i) + mhv(i) * [vol(i,t) - VOLmin(i)] \quad \forall i \in I \quad \forall t \in T \quad Ec. (12)$$

$$mhv(i) = [Hmax(i) - Hmin(i)] / [VOLmax(i) - VOLmin(i)] \quad \forall i \in I \quad Ec. (13)$$

$$efi(i,t) = \{ \beta_0 + \beta_1 h(i,t) + \beta_2 q(i,t) + \beta_3 h^2(i,t) + \beta_4 q^2(i,t) + \beta_5 h(i,t) * q(i,t) \} * v(i,t) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (14)$$

$$P(i,t) = 0.00981 * h(i,t) * q(i,t) * efi(i,t) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (15)$$

$$P(i,t) \leq Pmax(i) * v(i,t) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (16)$$

$$Ver(i,t) \leq VERmax(i) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (17)$$

$$vol(i,t) = VOLver(i,t) - ver(i,t) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (18)$$

$$ver(i,t) = VOLver(i,t) - VOLmax(i) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (19)$$

$$efi(i,t), h(i,t), P(i,t), q(i,t), ver(i,t), vol(i,t), VOLver(i,t) \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (20)$$

$$COSenc(i), INGope(i), INGvfa(i), VOLdes(i) \geq 0 \quad \forall i \in I \quad Ec. (21)$$

$$y(i,t) - Z(i,t) = V(i,t) - V(i,t-1) \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (22)$$

$$y(i,t) + Z(i,t) \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (23)$$

$$v(i,t), y(i,t), z(i,t) \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad Ec. (24)$$

4. RESULTADOS

Caso hipotético.

Se partió de un embalse con capacidad de 10 Hm³ de agua y una central con una turbina de características de operación ajustadas al diagrama de la Fig. 1. Se evaluaron tres escenarios de operación, uno en condiciones normales y dos escenarios críticos bajo condiciones de escasez y de abundancia de agua, respectivamente. El objetivo del modelo consistía en minimizar el déficit de generación. Los resultados para los tres escenarios fueron consistentes con lo esperado, según análisis teóricos previos. Por tanto, se pasó a la formulación de casos de aplicación de sistemas reales.

Una Central Hidroeléctrica del Sistema Eléctrico Colombiano.

Se tomó la Central Hidroeléctrica de ‘Troneras’, ubicada en el Departamento de Antioquia, con una potencia efectiva neta de 40 MW, distribuida en dos unidades de generación de 20 MW cada una, accionadas por turbinas tipo Francis de eje vertical. Esta central aporta cada año al sistema una energía media de 242 GWh y una energía firme de 208 GWh (Empresas Publicas de Medellín, 2007). El objetivo del modelo consistía en minimizar la descarga total de agua a la planta y sus vertimientos, sujeto al cubrimiento de la demanda, la cual es conocida y considerada como la potencia real generada por la central durante el periodo de estudio (Diciembre de 2008, con resolución diaria). El propósito del modelo es apoyar las decisiones de encendido y apagado de las turbinas y la descarga de agua en cada una de ellas. Generando la potencia suficiente para satisfacer la demanda, fue posible estimar los ahorros en agua al comparar los volúmenes del embalse, obtenidos en el sistema real y en el modelo. En la Figura 5 se muestra que el

volumen de agua en el embalse va siendo superior en el modelo a partir del día 15, lo cual indica un mejor aprovechamiento del recurso. Al final del periodo se obtiene un incremento de 5,7 Hm^3 en el volumen final lo que puede representar un ahorro significativo. De esta manera se valida la hipótesis y se concluye que es apropiado considerar la eficiencia técnica en la operación de la Central Hidroeléctrica 'Troneras', lo cual implica un ahorro en energía hidroeléctrica que es posible almacenar como agua en los embalses.

Un sistema de ocho embalses en cascada a lo largo de la cuenca del río Duero en España.

El objetivo de toda Compañía de Generación Hidroeléctrica, H-GENCO, en un mercado de electricidad es maximizar su propio beneficio, calculado como la diferencia entre sus ingresos y sus costos totales de operación. Este caso es una extensión de Conejo et al. (2002). Se formula y resuelve un modelo de Programación No Lineal Entera Mixta, PNLEM, para una semana dividida en 168 periodos horarios. La Fig. 6 muestra el acople espacial entre los embalses. Se obtuvieron resultados satisfactorios, que por falta de espacio no pueden ser incluidos en este trabajo.

Un sistema de siete embalses en cascada a lo largo de la cuenca de un río de Europa.

En la actualidad se está aplicando el modelo, con algunas extensiones y adaptaciones, a un caso de estudio Europeo, donde se tienen resultados preliminares promisorios.

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este estudio se considera un enfoque complementario al tradicional para el problema de auto-programación de una empresa de generación hidroeléctrica, H-GENCO, en el mercado de corto plazo.

La modelación detallada de las características de las unidades de generación es de fundamental importancia para la planeación de su operación.

La formulación de un modelo analítico para representar la eficiencia técnica de las unidades de generación como una función cuadrática de la cabeza neta y la descarga de agua tiene la ventaja de facilitar un tratamiento matemático para la planeación de la operación óptima en la generación hidroeléctrica. Esto puede significar un ahorro de los recursos hidráulicos, y por lo tanto en energía hidroeléctrica que es posible almacenar como agua en los embalses.

Para el caso de aplicación del modelo, la Central Hidroeléctrica 'Troneras', la evolución del embalse en solo el mes de Diciembre de 2008 obtiene una mejora significativa en términos de los recursos hidráulicos consumidos y se logra entregar el embalse con un 18% adicional de almacenamiento para el siguiente periodo (Enero de 2009).

En la actualidad se está trabajando en el desarrollo e implementación del modelo para su aplicación a la cuenca del río Porce en Colombia.

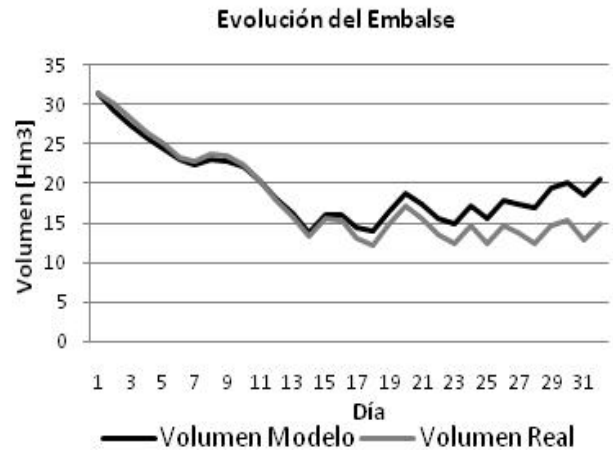


Figura 5. Evolución del embalse. Modelo vs Caso Real

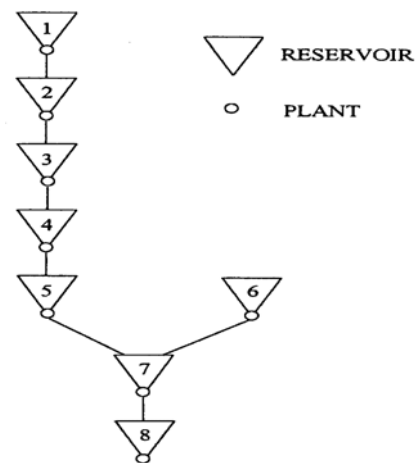


Figura 6. Topología hidráulica de la cuenca.

5. REFERENCIAS

- [1] Alley W. T. (1977). Hydroelectric Plant Capability Curves. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems 3. pp. 999-1003.
- [2] Cheung K. W., Shamsollahi P., Sun D., Milligan J., Potishnak M. (2000). Energy and ancillary service dispatch for the interim ISO New England electricity market. IEEE Transaction on Power Systems. Vol. 15, pp. 968-974.
- [3] Conejo J. M., Arroyo J., Contreras F. y Villamar A. (2002). Self-Scheduling of a hydro producer in a pool based electricity market. IEEE Trans. Power Syst. vol. 17. p. 1265-1272.
- [4] Correa C. A., Bolaños R. A and Garcés A (2007). Métodos no lineales de puntos interiores aplicados al problema del

- despacho hidrotérmico. *Scientia et technica* XIII. Número 34. pp. 91-96.
- [5] Dentcheva, D., Gollmer R., Moller A., Romisch W and Schultz R. (2008) Solving the Unit Commitment Problem in Power Generation by Primal and Dual Methods. Report of German Federal ministry of Education, Science, Research and Technology (BMBF).
- [6] Díaz F. J. (2009). La eficiencia técnica como un nuevo criterio de optimización para la generación hidroeléctrica a corto plazo. *DYNA*. Vol 76, No 157. pp. 91-100.
- [7] Empresas Públicas de Medellín, EPM. (2007). Infraestructura generación energía, http://www.eppm.com/epm/institucional/energia/infra_central_troneras.html?id=2 (último acceso: 03 de Marzo de 2009).
- [8] Finardi E. C., and Da Silva E. L. (2006). Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming. *IEEE Tran Power Syst* 21. pp. 835-843.
- [9] Fosso O. B., Gjelsvik A., Haugstad A and Wagensteen B. O. (1999) Generation scheduling in a deregulated system. The Norwegian case. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 14, pp. 75-81.
- [10] González J. J., Basagoiti P. (1999). Spanish power exchange market and information system. Design concepts, and operating experience. In *Proc. IEEE 21st Int. Conf. Power Industry Comput. Applicat.* Santa Clara, CA, pp. 245-252.
- [11] Guan X., Peter L and Zhang L. (1995). Nonlinear Approximation Method in Lagrangian Relaxation-Based Algorithms for Hydrothermal Sheduling. *IEEE Transactions on Power Systems* 10, No. 2. pp. 772-778.
- [12] Hammons T. J., Rudnick H and Barroso. (2002). *L.A. Latin America: Deregulation in a Hydro-Dominated Market*. HCI Publications en <http://www.hcipub.com>. Fecha de consulta: dic 7 de 2008.
- [13] Heredia F. J and Nabona N. (1995). Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows. *IEEE Transactions on Power Systems* 10, no. 3. pp. 1642- 1651.
- [14] Legalov D I, and Palamarchuk S. (2005). Hydro Generation Scheduling with Electricity Price Calculation. *IEEE Power Tech*, pp. 27-30.
- [15] Ouyang Z and Shahidepour S. M. (1991). An intelligent dynamic programming for unit commitment application. *IEEE Transactions on power systems*, pp. 1203-1209.
- [16] Pereira and Pinto (1985). Multistage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming* 52. pp. 359-375.
- [17] Salchegger, M. (1995). A new parallel discrete dynamic programming algorithm for hydro unit commitment. Deliverable R5Z-9, University of Salzburg, Salzburg: Research Institute for Software Technology, pp. 93-100.
- [18] Shi-Jie D., Shen Y and Sun H. Stochastic Co-optimization for Hydro-Electric Power Generation. *Power Systems Engineering Research Center*.2004. <http://www.pserc.org/ecow/get/publicatio/2007public/hydropowercooptimdeng.pdf> (accessed Agosto 5, 2006).
- [19] Valenzuela J and Mazumdar M. (2005). Probabilistic unit commitment under a deregulated market. *Annual Approach University of Pittsburgh*. pp. 113-145
- [20] Velásquez J. M., Restrepo P. J and Campo R. (1999). Dual Dynamic Programming. A note on implementation. *Water Resources* 35. pp. 34-44.