

# Planificación óptima de la trayectoria para la navegación de un dirigible en el plano 2D

Leonardo Solaque\*, *leonardo.solaque@umng.edu.co* Alain Gauthier\*\*, *agauthie@uniandes.edu.co*  
y Simon Lacroix\*\*\*, *simon.lacroix@laas.fr*

**Abstract**—Este documento presenta una aproximación a la planificación de caminos óptimos de dirigibles no rígidos en un espacio de configuración libre de obstáculos y sujetos a las restricciones dinámicas del sistema. Se considera el modelo dinámico del sistema y un análisis para el planteamiento de modelos simplificados o comúnmente conocidos como modelos de control. Una planificación de la trayectoria desde el punto de vista de la teoría óptima es propuesta, un modelo de la dinámica de un robot móvil que se desplaza a velocidad constante y en avance, sirve como punto de partida para la primera aproximación a los caminos óptimos. Dos modelos con relajación en la dinámica de la variable de control son propuestos para el suavizado de las trayectorias del dirigible. Una comparación de los diferentes resultados es presentada en simulación.

**Index Terms**—modelo, trayectoria, configuración, control óptimo, restricción

## I. INTRODUCCIÓN

Contribuciones al seguimiento de trayectorias o puntos de pasada para dirigibles pueden ser encontradas en la literatura. Hygounenc [1] muestra una estrategia de control de orientación por realimentación de estado que dirige el sistema en el plano horizontal. En [2] los autores proponen una aproximación llamada “orientering”: el objetivo del control es definido en términos de los puntos de pasada a lograr, en vez de mirar una trayectoria planificada. Un trabajo similar es presentado en [3], donde la idea es obtener  $\psi_{ref}$  en términos de la desviación con respecto al  $n^{th}$  punto de pasada. Cuando la distancia entre el dirigible y el punto de pasada es menor a  $20m$ , la misión considera  $n^{th}$  como una posición lograda y cambia su objetivo al  $(n + 1)^{th}$  punto de pasada. En [4], los autores presentan una aproximación en la cual señales visuales son usadas para realizar las tareas de seguimiento de trayectorias, una filosofía similar se encuentra en [5], donde se guía por visión un dirigible. En [6] los autores proponen dos aproximaciones para guiar un dirigible: una es basada en la teoría de control de  $H_\infty$  y la otra es basada en controles clásicos PI. Pocos trabajos están orientados al problema de planificación del camino a seguir por el dirigible. En [7] los autores describen algoritmos dedicados a búsqueda aleatoria, considerando en estos movimientos las restricciones cinemáticas y dinámicas. Un trabajo sobre caminos cortos para el vuelo en plano horizontal de un dirigible es presentado en

\* Universidad Militar Nueva Granada - Grupo GAV, Cra 11 No. 101-80. Bogotá - Colombia. Tel. 2757300

\*\* Universidad de los Andes - Grupo GIAP, Cra 1 No 18A-10. Bogotá - Colombia. Tel. 3394949

\*\*\* LAAS-CNRS - Grupo RIS, 7 avenue du Colonel Roche 31077. Toulouse - Francia. Tel 61336200

[8]; la idea es caracterizar los caminos óptimos tomando en cuenta la dinámica y las limitaciones de los actuadores.



Fig. 1. Los dos dirigibles utilizados, UrAn - Karma.

En el marco de una tesis doctoral por Uniandes y un proyecto Europeo por el LAAS, cada establecimiento cuenta con una plataforma dirigible totalmente instrumentada (ver Fig. 1, derecha UrAn de Uniandes e izquierda Karma del LAAS). Considerando que estos dirigibles se desplazan en un ambiente estático y libre de obstáculos, el problema que se considera a continuación presenta un método para realizar una trayectoria óptima en el plano  $2D$ , que los conduzca desde una posición inicial  $([x_i, y_i, \psi_i]$ , configuración inicial) a una posición final  $([x_f, y_f, \psi_f]$ , configuración final), sujeta a las restricciones dinámicas del sistema y restricciones en los actuadores. Nosotros consideramos solamente el caso donde el dirigible se desplaza en el plano horizontal (fase de vuelo crucero) donde son válidos los modelos reducidos que serán presentados en la sección II-C: modelos simplificados.

El documento se encuentra organizado así: la siguiente sección presenta el modelo en términos generales del dirigible y luego una simplificación para encontrar los modelos de control. La estrategia de control sugerida para la plataforma es presentada en la sección III. Una cuarta sección es dedicada al planteamiento de las trayectorias óptimas sujetas a restricciones dinámicas y de la señal de control. Resultados en simulación son presentados al final del artículo, junto a unas conclusiones.

## II. MODELO DEL DIRIGIBLE Y SIMPLIFICACIONES

Los dirigibles forman parte de la familia de los aerostáticos, clasificados como más ligeros que el aire, operando bajo el principio de Arquímedes (llenados con helio). Un dirigible está compuesto por: 1) una envoltura que lo caracteriza dentro de los dirigibles de carena blanda, rígida o semirígida;

2) los alerones, utilizados para la estabilidad aerostática-aerodinámica del dirigible y para desplazarse en el plano longitudinal o lateral; 3) la góndola que sirve para embarcar la electrónica de control e instrumentación, los motores propulsores y ayuda a la estabilidad en alabeo<sup>1</sup> del dirigible.

### A. Ejes coordenados y cinemática

Tres sistemas coordenados (ver figura 2) son generalmente necesarios para la descripción del movimiento del dirigible en el espacio: 1)  $R_o$  sistema coordenado global, fijo a la tierra; 2)  $R_d$  sistema coordenado local, fijo al dirigible; 3)  $R_a$  sistema coordenado aerodinámico. El termino  $CV$  hace referencia al centro de volumen y  $CG$  al centro de gravedad del sistema. Los angulos que marcan la atitud del dirigible estan dados por  $\phi$ ,  $\theta$  y  $\psi$ , respectivamente giro alrededor del eje  $X_d$ ,  $Y_d$  y  $Z_d$ . Cabe resaltar que aunque se describe el movimiento del dirigible en  $3D$ , el presente trababajo solo hace referencia a su fase de vuelo crucero ( $2D$ ).

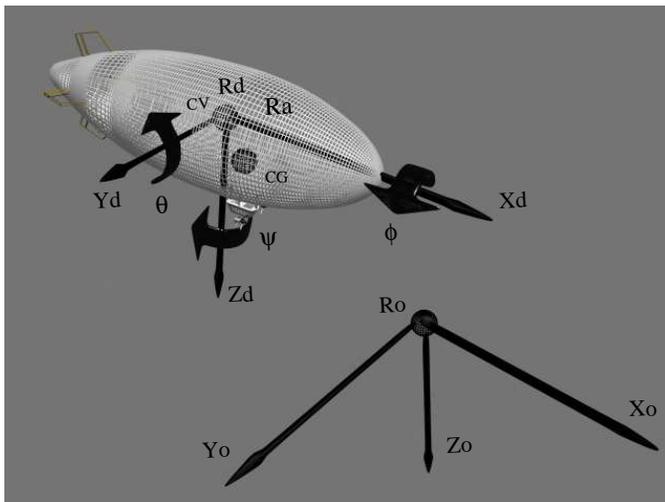


Fig. 2. Dirigible y sus ejes coordenados

### B. Modelo dinámico

El modelo matemático del dirigible es establecido sobre las siguientes hipótesis:

- el dirigible es considerado como un sólido.
- el dirigible se supone de masa constante.
- el punto de sumatorias de fuerzas se considera en el centro de volumen (CV), que al mismo tiempo es donde se presenta la fuerza de empuje (Arquímedes).
- los fenómenos de masas adicionadas por el movimiento del dirigible dentro de un fluido son despreciables.
- la tierra es considerada plana en la región de vuelo y viento nulo.

La ecuación que relaciona las fuerzas externas, la dinámica del dirigible y los comportamientos aerodinámicos se puede escribir como:

<sup>1</sup>conocido en ingles como *roll*

$$M_d \dot{V}_d = -T_d(V_d) - T_a(v_a) - g_a + T_p \quad (1)$$

donde:

- $V_d = [u \ v \ w \ p \ q \ r]^T$  es el vector de estado.
- $M_d$  es la matriz simétrica de masas.
- $v_a$  es el vector de velocidad aerodinámica, contempla el viento y la velocidad de desplazamiento debida al empuje propio del sistema.
- $T_d$  es el vector de fuerzas y momentos debidos a la masa del dirigible (fuerza centrífuga y de Coriolis) y es función no lineales de las variables de estado.
- $g_a$  el vector de fuerzas y momentos debidos al peso y la fuerza de empuje del helio.
- $T_p$  es el vector de fuerzas y momentos debidos a los motores de propulsión.
- $T_a$  es el vector de fuerzas y momentos debidos a los fenómenos aerodinámicos. Estos fenómenos pueden ser caracterizados en forma "aproximada" a partir de pruebas en el túnel de viento,

$$T_a(v_a) = Av_A - D_1(v_2)v_A + T_{sta}(v_a^2) \quad (2)$$

donde:

- $v_A$  es el vector de velocidad de desplazamiento que contempla solo el empuje propio del sistema.
- $Av_A$  representa fenómenos no estacionarios,
- $D_1(v_2)v_A$  representa los fenómenos de acoplamiento no lineales entre la translación-rotación y la rotación-rotación,
- $T_{sat}$  representa los esfuerzos debidos a los alerones y la geometría del sistema.

### C. Modelos simplificados

En función de obtener modelos de control para el diseño de los reguladores según la estrategia de navegación planteada (ver sección III), se realizan reducciones al modelo dinámico en el punto de operación (fase de vuelo crucero). Asumiendo velocidad del viento nula y acciones sobre los alerones (actuadores  $\delta_e$  y  $\delta_g$ ) de cero, un modelo para la velocidad ( $u$  que para este caso es la misma velocidad aerodinámica  $V_a$ ) en función de la fuerza de los propulsores ( $F_m$ ) es:

$$\dot{u} = \frac{1}{(m - a_{11})} (F_m \cos \mu + \frac{1}{2} \rho V_a^2 S_{ref} C_T) \quad (3)$$

donde  $\mu$  es la vectorización de los propulsores,  $m$  la masa del sistema,  $a_{11}$  es un coeficiente asociado al movimiento de un cuerpo dentro de un fluido,  $\rho$  la densidad del aire,  $S_{ref}$  la referencia de la envoltura y  $C_T$  es el coeficiente debido a los fenómenos aerodinámicos.

Con una velocidad establecida, se controla ahora la altitud en función de la deflexión de los alerones  $\delta_e$ , dejando  $\delta_g = 0$ . El modelo para la altitud puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -u \sin \theta \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= k_{2|\delta_e} q + k_{1|\delta_e} \theta + k_{3|\delta_e} \delta_e \end{aligned} \quad (4)$$

donde los coeficientes  $k_{2|\delta_e}$ ,  $k_{3|\delta_e}$ ,  $k_{1|\delta_e}$  son coeficientes asociados a los parámetros geométricos y medidas en el túnel de viento de parámetros aerodinámicos.

Considerando establecida la velocidad y la altitud, se busca ahora controlar la dirección del dirigible en función de  $\delta_g$ , las ecuaciones que relacionan la posición-orientación del dirigible en el plano  $2D$  y el control  $\delta_g$  son:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{r} &= k_{2|\delta_g} r + k_{1|\delta_g} \delta_g\end{aligned}\quad (5)$$

donde  $k_{2|\delta_g}$  y  $k_{3|\delta_g}$  se determinan igual como se describe en la ecuación 4. Note que esta reducción es realizada para sistemas de estructura triangular, una aplicación sobre la reducción de un aeroplano puede ser consultada en [9].

### III. ESTRATEGIA DE CONTROL

Una estrategia de control debe ser considerada a la hora de querer mantener el dirigible en la fase de vuelo crucero, una velocidad de desplazamiento constante, altitud constante y dirección en el plano  $2D$  según la misión. De esta manera una propuesta para el control del dirigible, basada sobre el principio de dinámicas desacopladas, es planteada (ver Fig. 3). Se puede observar que en primera instancia se tienen reguladores de bajo nivel que aseguran el seguimiento de señales referencia para velocidad, altitud y dirección. Una segunda capa dedicada a la planificación y seguimiento de la trayectoria se encarga de asegurar el desplazamiento del dirigible en el plano lateral según lo requiera el supervisor. La última capa es dedicada a labores multi-tareas o aplicaciones de interacción con otros robots.

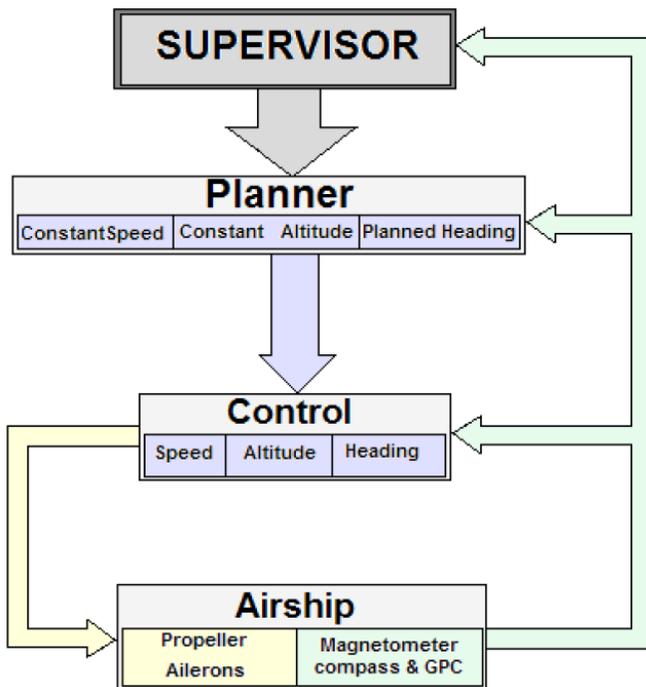


Fig. 3. Esquema de control para el dirigible

### IV. PLANIFICACION OPTIMAL

La presente sección es dedicada a mostrar como planificar la trayectoria del dirigible, necesaria para la segunda capa, tal como se mostró en la sección anterior. Si la dinámica del dirigible en el plano horizontal es establecida a  $u_{ref}$  y  $z_{ref}$ , considerando que el ángulo de “skid” deslizamiento es despreciable y el control actúa sobre  $\psi$ , el modelo que describe esta dinámica es:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi \\ \dot{\psi} &= \delta_g / \rho\end{aligned}\quad (6)$$

donde  $\delta_g$  es el control de deflexión de los alerones para la navegación en el plano  $2D$ . Este modelo presenta 2 restricciones cinemáticas: la primera el vehículo debe desplazarse en la dirección de la fuerza tangencial al principal eje  $x_d$  y la segunda restricción es la limitación del radio de giro  $\rho$  debido a la limitación en la deflexión de los alerones. Esta clase de cinemática fue estudiada por Dubins [10], quien considera el problema de caracterización de caminos cortos para una partícula en movimiento hacia adelante y con velocidad constante. En [11], Souères presenta el mismo sistema y provee soluciones optimales mediante la teoría de control optimal y con ayuda de conceptos de geometría. El problema de caminos cortos cuando el sistema se desplaza a velocidad constante cae en el mismo caso de caminos optimales en tiempo.

Reescribiendo el sistema (6),  $\dot{x} = f(x)u + g(x)\delta_g$ , se muestra que esta reducción continua siendo controlable. La principal dificultad se presenta debido a que el sistema es sub-actuado y el acoplamiento entre la dirección y la posición, conocido como restricción de no holonomía ( $\dot{x} \sin \psi + \dot{y} \cos \psi = 0$ ).

El problema de llevar el sistema (6) de una configuración inicial  $\zeta_i(x)$  a una configuración final  $\zeta_f(x)$  (problema de generación de trayectoria), puede ser formulado como la minimización de  $J(\delta_g)$ :

$$J(\delta_g) = \int_{t_0}^{t_f} L(x(t, u), \delta_g(t)) dt \quad (7)$$

sueto a:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x)u + g(x)\delta_g \\ x(t_0) &= x_0 \\ x(t_f) &= x_f \\ u_{min} &\leq \delta_g \leq u_{max}\end{aligned}\quad (8)$$

Entonces, el problema es encontrar el control  $\delta_g \in R^m$  que minimiza el tiempo para conducir el dirigible hasta el estado final  $x_f$  saliendo del estado inicial  $x_0$ . Para solucionar este problema, aplicamos el principio Maximo de Pontryagin (Pontryagin’s Maximum Principle, PMP) para obtener la trayectoria optimal  $x^*(t)$  definida en  $[0, T]$  con un control en tiempo optimal  $\delta_g^*$ . El hamiltoniano  $H$  es definido como:

$$H = \lambda_1 u \cos \psi + \lambda_2 u \sin \psi + \lambda_3 \delta_g \quad (9)$$

Se tiene un vector adjunto,  $\lambda : [0, T] \in R^3$ , satisfaciendo  $\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \delta_g}$  y  $\lambda(t) \neq 0$  para cada  $t \in [0, T]$ , y si  $x^*$ ,  $\lambda^*$  y

$\delta_g^*$  verifican las anteriores condiciones, se tiene una solución extremal.

El control extremal puede tener diferentes valores,  $\delta_g = u_{max}$ ,  $\delta_g = u_{min}$  y  $\delta_g = 0$ , ellos son circulares (giro en sentido derecho o izquierdo) y segmentos rectos de trayectorias, respectivamente. Este tipo de control es llamado “bang-zero-bang control”. La geometría es una aproximación que ayuda a completar la solución (ver [11]), ella utiliza las propiedades de geometría en el movimiento del sistema para dividir el espacio de trabajo y encontrar solo 6 familias de curvas para el desplazamiento del dirigible en el plano  $2D$ . El cálculo de estas trayectorias es rápido y se deja la que menos valor en distancia presente.

Note que esta aproximación presenta un control discontinuo  $\delta_g$  a lo largo de la evolución de sistema ( $\delta_g \approx$  velocidad angular  $\dot{\psi}$ ). En la búsqueda de alisar esta señal, se considera la velocidad angular  $r$  como una variable de estado. Dos extensiones al modelo son planteadas a continuación.

#### A. Primera extensión dinámica

Si la variación de la velocidad angular  $\dot{r}$  es directamente controlada por  $\delta_g$ , el nuevo sistema es:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{r} &= \delta_g\end{aligned}\quad (10)$$

Asumiendo que el sistema (10) es controlable y considerando que la función de costo es para minimizar la energía de la señal de control (similar al problema de planificación de caminos optimales cuando la velocidad se mantiene constante):

$$J(\delta_g) = \int_{t_0}^{t_f} \langle \delta_g(t), \delta_g(t) \rangle dt \quad (11)$$

un control optimal  $\delta_g^*$  puede ser encontrado si existe una entrada  $\delta_g(t)$  para cada  $t \in [0, T]$  que minimice la función de costo  $J$ . El hamiltoniano para este sistema es  $H = \frac{1}{2}(u^2 + \delta_g^2) + \lambda_1 u \cos \psi + \lambda_2 u \sin \psi + \lambda_3 ur + \lambda_4 \delta_g$ .

#### B. Segunda extensión dinámica

Si la variación de de la velocidad angular  $\dot{r}$  es directamente controlada por  $-k_{psi}r + \delta_g$  (similar al comportamiento de un sistema de primer orden), el sistema puede escribirse como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= u \cos \psi \\ \dot{y} &= u \sin \psi \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{r} &= -k_r r + \delta_g\end{aligned}\quad (12)$$

Similar al sistema anterior, existe un control optimal  $u^*$  que lleve el sistema (12) de un punto inicial  $\zeta_i(x)$  a un punto final  $\zeta_f(x)$ . El hamiltoniano es:  $H = \frac{1}{2}(u^2 + \delta_g^2) + \lambda_1 u \cos \psi + \lambda_2 u \sin \psi + \lambda_3 ur + \lambda_4(\delta_g + uk_r r)$ .

Esta clase de sistema se clasifica en problemas no convexos que en general son difíciles de solucionar. Una posibilidad para solucionarlos es usando métodos numéricos: La técnica usada

y que rápidamente se describe a continuación fue desarrollada por Fernandes et al. [12].

**El método de Fernandes:** Consideremos un control de entrada  $\delta_g \in L_2([0, T])$  y definiendo  $\{e_k\}_{k=1}^{\infty}$  como una base ortonormal para  $L_2([0, T])^2$ , la ley de control continua  $\delta_g$  puede ser expresada como:

$$\delta_g = \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k e_k^{i \frac{2k\pi t}{T}} + \beta_k e_k^{-i \frac{2k\pi t}{T}}) \quad (13)$$

y con la aproximación de Ritz<sup>3</sup>, la función  $\delta_g$  puede ser aproximada por una serie truncada a un límite  $N$ . La nueva ley de control y la función objetivo son:

$$\delta_g = \sum_{k=1}^N \alpha_k e_k \quad (14)$$

$$J(\delta_g) = \int_{t_0}^{t_f} \langle \delta_g(t), \delta_g(t) \rangle dt \simeq \sum_{k=1}^N |\alpha_k|^2$$

donde  $\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N \in R^N$ . La configuración  $\zeta_f(x) = \zeta(T)$  es la solución en el tiempo  $T$  aplicando el control  $\delta_g$ . Para hacer que el sistema alcance la meta, un termino debe ser adicionado a la función de costo.

$$J(\alpha) = \sum_{k=1}^N |\alpha_k|^2 + \gamma \|f(\alpha) - q_f\|^2 \quad (15)$$

donde  $\zeta_f = f(\alpha)$  y  $q_f$  son la posición meta. Note que el nuevo problema de dimensión finita converge a la solución exacta cuando  $N \rightarrow \infty$  (ver [12]).

## V. VALIDACIÓN Y SIMULACIÓN

Codificando los algoritmos descritos antes en **Matlab** y considerando una configuración inicial y una final, se tienen las siguientes trayectorias parametrizadas en función de la velocidad de desplazamiento  $6m/s$  y el tiempo de muestreo  $0.1s$  del sistema.

Considerando los modelos 6, 10 y 12 se realizó la planificación de la trayectoria que debe seguir el dirigible cuando parte de la configuración inicial  $[0, 0, 0]$  y llegar a la configuración final  $[250, 250, 0]$ . Los resultados logrados son mostrados en la figura 4, donde la imagen superior presenta la evolución de la posición, la intermedia presenta la evolución de la dirección en el plano  $2D$  ( $\psi$ ) y la curva inferior presenta el comportamiento de la velocidad angular en el momento del giro según la trayectoria calculada para el desplazamiento del dirigible entre las dos configuraciones dadas.

Si se considera ahora como punto de partida  $\zeta_i = [0, 0, 0]$  y punto de llegada  $\zeta_f = [250, -50, -90]$ , las trayectorias planificadas se presentan en la Fig. 5, donde de igual manera como se planteó en la figura anterior, la imagen superior presenta la evolución de la posición, la intermedia presenta la evolución de la dirección y la curva inferior presenta el comportamiento de la velocidad angular del dirigible.

Otro ejemplo de una misión completa se tiene al considerar  $\zeta_i = [0, 0, 0]$  y  $\zeta_f = [-100, 500, 180]$ , tomando

<sup>2</sup> $L_2$  representa un espacio de Hilbert

<sup>3</sup>La aproximación de Ritz consiste en hacer la solución usando una aproximación de dimensión finita

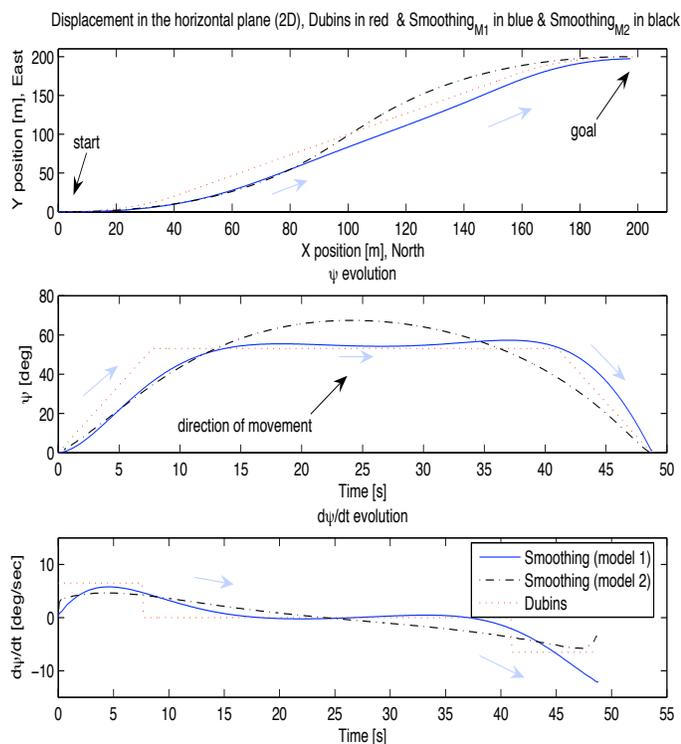


Fig. 4. Trayectoria de vuelo para el dirigible,  $\zeta_i = [0, 0, 0]$  y  $\zeta_f = [250, -250, 0]$

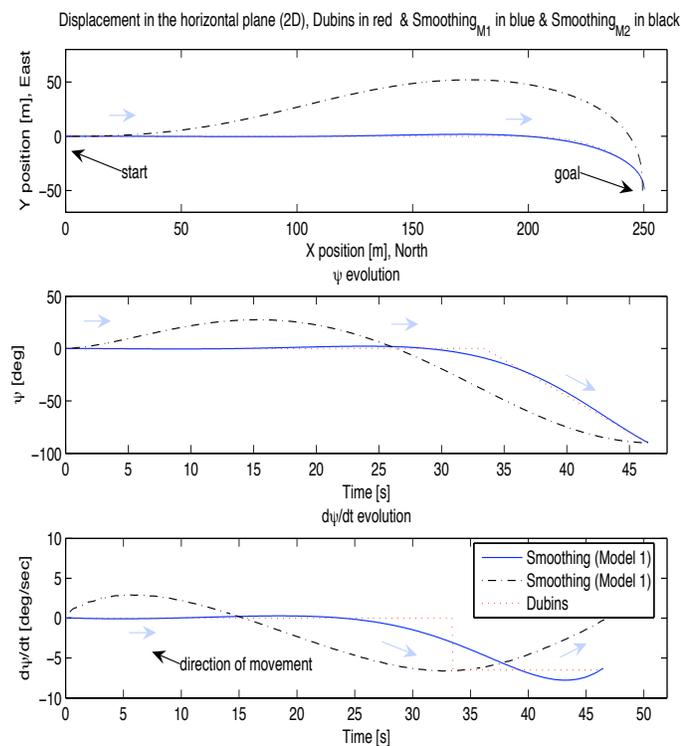


Fig. 5. Trayectoria de vuelo para el dirigible,  $\zeta_i = [0, 0, 0]$  y  $\zeta_f = [250, -250, -90]$

como configuraciones intermedias  $\zeta_1 = [250, -50, -90]$ ,  $\zeta_2 = [200, -300, 180]$ ,  $\zeta_3 = [-100, -250, -270]$ ,  $\zeta_4 =$

$[-100, -100, 90]$ ,  $\zeta_5 = [-50, 200, 0]$ ,  $\zeta_6 = [250, 250, -270]$ ,  $\zeta_7 = [200, 500, -180]$ , las trayectorias calculadas para el dirigible según los tres modelos (sin inercia y con inercia en la señal de control), se muestran en la fig. 6, donde las curvas presentan la evolución en el plano 2D.

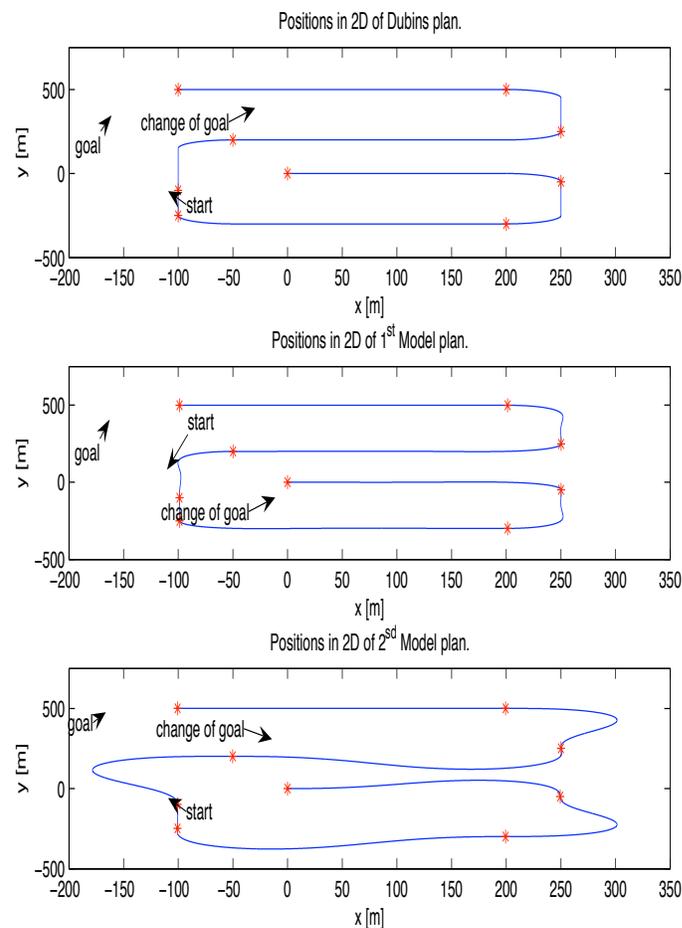


Fig. 6. Misión para el dirigible,  $\zeta_i = [0, 0, 0]$  y  $\zeta_f = [-100, 500, 180]$

## VI. CONCLUSIÓN

El análisis del modelo junto al comportamiento dinámico del dirigible en la fase de vuelo crucero permiten realizar una simplificación de su dinámica, obteniendo modelos de control que permiten aplicar teorías clásicas o desarrollos existentes. El modelo simplificado para la dinámica de la altitud permite considerar inicialmente una solución óptima para encontrar los caminos óptimos para el dirigible, presentando señales de control discontinuas y de difícil implementación en estructuras reales (si se dispone a controlar directamente el actuador), puesto que producen aceleraciones infinitas.

Para el sistema y según la estrategia de control establecida, la señal de control hallada, no es importante. La señal de evolución de la dirección  $\psi$  es más interesante para la estrategia, según lo presenta el esquema 2 (la capa de "planner"), pues solo envía la señal  $\psi$  como referencia, sin embargo, esta trayectoria no considera inercias en la dinámica del sistema, pero sirve como punto de partida para encontrar

trayectorias más suaves. Las dos extensiones propuestas al modelo, permiten encontrar trayectorias más apropiadas a la dinámica del dirigible.

Un trabajo futuro es la prueba de estos resultados en las estructuras reales. Las limitaciones de costos de la realización de pruebas y la puesta a punto de los reguladores de bajo nivel, han retrasado la puesta en operación de los resultados presentados en este artículo.

#### REFERENCIAS

- [1] E. Hygounenc and P. Suères, "Lateral path following gps-based control of a small-size unmanned blimp," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei (Taiwan)*, September 2003.
- [2] A. Elfes, J. F. Montgomery, J. L. Hall, S. Joshi, J. Payne, and C. F. Bergh, "Autonomous flight control for a titan exploration aerobot," in [http://www-robotics.jpl.nasa.gov/publications/James\\_Montgomery/2005\\_ISAIRAS\\_AutonomousFlightControlAerobot.pdf](http://www-robotics.jpl.nasa.gov/publications/James_Montgomery/2005_ISAIRAS_AutonomousFlightControlAerobot.pdf).
- [3] J. Rao, J. Luo, Z. Gong, Z. Jiang, and S. Xie, "Design of flight control system for a robotic blimp," in *SPIE the International*, 2005.
- [4] P. Rives and J. Azhineira, "Linear structures following by an airship using vanishing point and horizon line in visual servoing scheme," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans (LA)*, April 2005.
- [5] H. Zhang and J. Ostrowski, "Visual servoing with dynamics: Control of an unmanned blimp," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit (Michigan)*, May 1999.
- [6] J. R. Azinheira, E. C. de Paiva, J. J. G. Ramos, and S. S. Bueno, "Mission path following for an autonomous unmanned airship," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco*, April 2000.
- [7] J. Kim and J. Ostrowski, "Motion planning of aerial robot using rapidly-exploration random trees with dynamic constraints," in *IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei (Taiwan)*, September 2003.
- [8] S. Hima and Y. Bestaoui, "Time-optimal path for lateral navigation of an autonomous underactuated airship," in *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, August 2003.
- [9] A. J. Fossard and D. Normand-Cyrot, *Systemes non linéaires*. Copyright Instrument society of America, North Carolina, v. 3, 1993.
- [10] L. Dubins, "On curves of minimal length with a constraint on average curvature and with prescribed initial and terminal position and tangents," *American Journal of Mathematics*, vol. 79, pp. 497–516, 1957.
- [11] X. N. Bui, P. Souères, J. D. Boissonnat, and J. P. Laumond, "The shortest path synthesis for non-holonomic robots moving forwards," INRIA, Report 2153, Tech. Rep., January 1994.
- [12] L. G. C. Fernandes and Z. Li, "Near-optimal nonholonomic motion planning for a system of coupled rigid bodies," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 39, no. 6, pp. 450–463, Mar 1994.