

# Videjuegos y fracciones: ¿Una razón para jugar?

Alfonso OLVERA

Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav - IPN  
Ciudad de México 07360, México

## RESUMEN

Los videjuegos son un medio válido de aprendizaje pues ellos, además de aprovechar las propiedades didácticas de la lúdica, permiten involucrar al jugador de manera natural en situaciones que en la vida real es difícil de recrear.

En el presente trabajo se propone el diseño de un videjuego educativo como promotor de un conjunto de habilidades de comparación de fracciones, en respuesta a ciertas deficiencias curriculares respecto a la didáctica de los números racionales en la educación básica en México.

**Palabras Claves:** Videjuegos, Motivación intrínseca, Fracciones, Números racionales, Comparación de fracciones.

## 1. INTRODUCCIÓN

Para los estudiantes no es fácil entender la naturaleza compuesta de las fracciones, lo que se demuestra en su resistencia a abandonar los algoritmos de suma y resta que con éxito aplicaron a los números enteros. En efecto, si las fracciones fuesen números, ¿por qué no han de sumarse de la misma manera que los enteros e incluso los decimales? Y si no son números, ¿entonces qué son?

En el salón de clase, las fracciones suelen ser presentadas mediante situaciones que ya no pueden resolverse únicamente por medio del conteo [1].

El que la adición y la sustracción cedan su lugar como las operaciones protagónicas ante la multiplicación y la división exige una reconceptualización de la unidad [27] por parte del estudiante que por primera vez observa cómo la multiplicación puede “hacer más chico” y la división puede “hacer más grande”, fenómenos inexplicables desde la interpretación del producto como suma iterada y el cociente como repartición equitativa.

Por último, en tanto los enteros describen sólo cantidades discretas (3 galletas, 5 caballos) o discretizadas (1 vaso de agua, 50 gramos de mantequilla), con las fracciones se puede hacer referencia a cantidades continuas. En tanto los enteros hablan del “cuánto”, por medio de las fracciones se puede hablar del “qué tanto”.

Las dificultades que los estudiantes experimentan al enfrentarse a las fracciones han sido explicadas principalmente por las diferencias estructurales existentes entre los números enteros y los números racionales. Es un consenso general que los números racionales pueden ser caracterizados como un conjunto de subconstrucciones matemáticas relacionadas entre sí pero distintas en su fenomenología y, por lo tanto, su función.

Las subconstrucciones más comúnmente identificadas son comparación parte a todo, medida, operador, cociente y razón [2][16][17], aunque algunos estudios difieren en la categorización de sus conceptos (por ejemplo, [13][22][30]), agregando o descartando diversas interpretaciones de repartición, fracción decimal, vector binario, tasa de cambio y probabilidad, que agrupan, subdividen, reemplazan o redefinen los conceptos anteriores.

Desde una perspectiva didáctica, un entendimiento completo de los números racionales requiere de la comprensión de cada una de sus subconstrucciones y de la integración de todas ellas. En el salón de clases, se pretende perseguir este objetivo mediante actividades que involucran a los estudiantes en situaciones que les ayudan a construir cada una de las facetas del número racional, por medio de las diversas interpretaciones de la grafía A/B asociadas a cada una de las subconstrucciones de los números racionales.

En la práctica, sin embargo, las actividades propuestas suelen limitarse a la idea de que una cantidad es una parte de un todo, en un sentido de inclusión en el que la parte es necesariamente elemento del todo [6].

Sobre esta única base el siguiente problema carece de sentido: “En una contienda electoral, el Partido Rojo ha recibido 250 votos y el Partido Azul ha recibido 300 votos. ¿Qué fracción de los votos del Partido Azul representan los votos que recibió el Partido Rojo?” Bien, los votos que recibió el Partido Rojo no forman parte de los votos que recibió el Partido Azul. ¡Por lo tanto, la respuesta es cero!

Una respuesta como la anterior es muestra de una comprensión superficial, pues pierde por completo el corazón del esquema de las fracciones. El que A sea n veces tan grande como B implica que B es una enésima parte de A. Pero en las actividades escolares usuales, como se reporta en [6], no se reconoce este hecho.

## 2. EL TAMAÑO DE LOS RACIONALES

Varios autores han señalado que el reconocimiento de equivalencias y la noción de que una cosa es más grande que otra precede fenomenológicamente a cualquier operación aritmética (ver por ejemplo [3][12][14]). Esto concuerda con las observaciones hechas por Piaget [24], quien postula que los niños atraviesan las etapas a) de evaluación global de conjuntos o cantidades continuas, b) de correspondencia de elementos o propiedades como altura y espacio cubierto, pero aún sin equivalencia durable, y c) correspondencia numérica con equivalencia necesaria, mucho antes de estar preparados para considerar una colección como una reunión de unidades de la forma  $1 + 1 + 1 + \dots$

Consecuentemente, se ha sugerido que la instrucción sobre operaciones aritméticas con fracciones debe posponerse para priorizar los conceptos de orden y equivalencia durante los primeros años de educación [5][8][9]. Ambos conceptos, orden y equivalencia, están asociados a la noción de tamaño.

Entre los autores que apoyan esta idea se encuentran aquellos que conforman Rational Number Project (RNP), un proyecto de investigación iniciado en el año 1979 enfocado en la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales a través de distintas interpretaciones de las fracciones, principalmente entre estudiantes de cuarto y quinto grado (alrededor de los 10 años de edad) en los EE. UU.

A lo largo de muchos años de estudio, en RNP se diseñó una secuencia curricular en torno al desarrollo de los conceptos de orden y equivalencia de las fracciones y un concepto flexible de la unidad, precediendo estos al desarrollo de los procedimientos simbólicos de la adición y sustracción [7].

Al comparar el desempeño de estudiantes bajo la secuencia curricular comercial estadounidense y la secuencia curricular de RNP, Cramer, Post y delMas [9] observaron un promedio estadístico superior en el puntaje de un postest por parte de los estudiantes de la secuencia de RNP, consecuencia de aplicar estrategias más conceptuales, a diferencia de las estrategias procedimentales estandarizadas comúnmente aplicadas por los estudiantes de la secuencia curricular comercial.

Por ejemplo, un estudiante de cuarto grado bajo la secuencia de RNP ubicó correctamente la suma de  $2/3$  y  $1/6$  sobre una recta numérica justo entre  $1/2$  y  $1$  siguiendo el razonamiento: “ $2/3$  es más que  $1/2$ ; luego agregas  $1/6$ ; no es más grande que  $1$ ;  $1/6$  es menos que  $1/3$ ” [9], demostrando la habilidad de juzgar los tamaños relativos de  $2/3$  y  $1/6$  para llegar a una estimación razonable sin necesidad de realizar operaciones aritméticas formales.

### Razón y Cociente

Freudenthal [14] define la razón como una relación de equivalencia en el conjunto de pares ordenados de valores de magnitud, observando que al interpretar una razón como un cociente se le despoja de lo que la hace valiosa y distinta de las demás subconstrucciones de los números racionales, que es su categoría de relación y no de valor de magnitud. La intención de la razón es distinguir si un par ordenado pertenece o no a cierta clase de equivalencia sin la necesidad de conocer la magnitud del número racional asociado a ella.

La razón difiere del cociente, entonces, en que el cociente se refiere a la igualdad operativa  $A/B = C/D$ . Si se divide  $A$  entre  $B$  el resultado numérico es el mismo que se obtiene al dividir  $C$  entre  $D$ . La razón, en cambio, sólo puede expresarse por un número o valor de magnitud  $U$  hasta una vez que se ha elegido una unidad  $E$  [14], de manera que la magnitud  $A$  es tantas veces la de  $B$  como la magnitud  $U$  es tantas veces la de la unidad  $E$ . Pero, de nuevo, el sentido real de la razón radica en el “es tantas veces... como” y no en el valor de magnitud  $U$ .

A pesar de esta distinción, no sólo es posible sino, con frecuencia, es útil interpretar a la razón como un cociente, pues, señala Schwartz [26], estas relaciones pueden cuantificarse y, de hecho, es posible operar aritméticamente sobre tales cantidades. Schwartz llama cantidad intensiva al resultado de componer dos cantidades, similares o distintas, en una tercera

que no es similar a ninguna de las cantidades originales, y al proceso de composición lo clasifica como composición transformadora del referente. La cuantización de la razón es, por lo tanto, una composición transformadora del referente, excepto cuando la razón relaciona dos números sin referente, o cantidades no adjetivales.

### Comparación de Fracciones

Los números racionales, en su calidad de números, poseen una propiedad de tamaño y, por lo tanto, pueden compararse y ordenarse según su tamaño.

Sin embargo, y debido a la complejidad de la construcción de los números racionales, cuando se habla de estrategias de comparación más comúnmente se hace referencia a una comparación de fracciones que a una comparación de números racionales.

Como lo expone Freudenthal [13], las situaciones de repartición, en las cuales usualmente una persona entra en contacto por primera vez con los números racionales, pueden dar origen a las expresiones, por ejemplo,  $1/2$ ,  $2/4$ ,  $3/6$ , etc. Todas ellas hacen referencia al mismo objeto matemático, el número racional a cuya clase de equivalencias pertenecen, pero emergen de manera natural de situaciones distintas.

De este modo, el resultado de comparar dos fracciones no sólo puede ser “ $A/B$  es mayor que  $C/D$ ” o “ $A/B$  es menor que  $C/D$ ”, sino “ $A/B$  es igual a  $C/D$ ” cuando  $A/B$  y  $C/D$  son expresiones del mismo número racional, a pesar de que, como nota Ohlsson [22],  $1/2$  y  $3/6$  son fracciones diferentes. En realidad lo que se compara son los tamaños de los números racionales, pero la comparación se realiza a través de fracciones y, de hecho, todas las operaciones aritméticas con números racionales aprendidas en la escuela se realizan sobre la grafía  $A/B$  de las fracciones, es decir, sobre una composición numerador-denominador.

En RNP se han identificado cuatro estrategias de comparación de fracciones comúnmente desarrolladas de manera informal por los estudiantes [4]. Estas estrategias, que Behr y sus asociados denominaron a) del mismo numerador, b) del mismo denominador, c) transitiva, y d) residual, no dependen de métodos comúnmente revisados en la secuencia curricular tradicional, como la búsqueda de un denominador común o el algoritmo del producto cruzado.

Las estrategias del mismo numerador y del mismo denominador se apoyan en la relación inversa que existe entre el número de partes iguales en que se puede dividir una unidad y el tamaño de cada una de esas partes. Comparar dos fracciones con el mismo denominador implica comparar piezas que son del mismo tamaño, de modo que el factor decisivo es la cantidad de piezas. Comparar dos fracciones con el mismo numerador implica comparar conjuntos con el mismo número de piezas pero de tamaños diferentes para cada conjunto, de modo que el factor decisivo es el tamaño de la pieza, es decir el tamaño de la fracción unitaria.

Noelting [20][21], en su estudio de las etapas de desarrollo del pensamiento proporcional, clasifica las relaciones entre los parámetros de un sistema de jugo de naranja y agua sobre las cuales estudiantes de 14 a 15 años de edad deciden si el sistema “sabe más a naranja” en un estado u otro entre dos opciones. En el experimento propuesto por Noelting, un estado del

sistema es descrito por un par ordenado (número de vasos de jugo de naranja, número de vasos de agua).

Ante la tarea de decidir en cuál de los dos estados el sistema sabe más a naranja, los estudiantes pueden buscar la regla de correspondencia dentro de cada par ordenado y posteriormente comparar estas dos “razones internas”, o bien buscar la regla de correspondencia término a término para posteriormente comparar las “razones externas”.

Esta clasificación de razones “internas” y “externas” no debe confundirse con la clasificación que Freudenthal [14] hace de las razones según los sistemas de medida de sus términos y su interpretación como cociente. Para los propósitos del presente trabajo, se usarán los términos “razón interna” y “razón externa” en referencia al orden en que un estudiante establece las reglas de correspondencia entre cantidades, primero al interior de cada par ordenado, o primero al exterior de cada par ordenado.

Existe una clara relación entre las estrategias de comparación de razones internas y el desarrollo de las estrategias del mismo numerador y del mismo denominador como se describen en [4]. De hecho, Noelting concluye de sus observaciones [20][21] que este tipo de estrategias de comparación evoluciona hasta convertirse en el algoritmo del común denominador.

Por ejemplo, al comparar las mezclas de jugo de naranja y agua (1, 1) contra (1, 2), una estudiante con preferencia por las estrategias de razones internas elige la mezcla (1, 1) como aquella con más sabor a naranja porque en ella sólo se ha agregado un vaso de agua, a diferencia de la mezcla (1, 2), en la que se han agregado dos vasos de agua y el sabor a naranja se ha debilitado. Posteriormente, al decidir entre las mezclas (2, 3) y (1, 2), la misma estudiante elige la mezcla (2, 3), trasladándola primero a una interpretación parte a todo donde la cantidad de jugo de naranja constituye  $\frac{6}{15}$  del total, y comparándola con la cantidad relativa de jugo de naranja en la segunda mezcla,  $\frac{5}{15}$  del total [20].

A las estrategias de comparación de razones externas, en cambio, Noelting las identifica con la conceptualización de los porcentajes. Por ejemplo, al comparar las mezclas (3, 2) contra (4, 3), una estudiante con marcada preferencia por las estrategias de razones intraduplares elige la mezcla (3, 2) como aquella con mayor sabor a naranja, argumentando simplemente que en la primera mezcla hay  $\frac{2}{3}$  de vaso de agua por cada vaso de jugo, en tanto la segunda mezcla contiene  $\frac{3}{4}$  de vaso de agua por cada vaso de jugo.

No es claro, en el ejemplo expuesto, el recurso usado por la estudiante para determinar que  $\frac{3}{4}$  es mayor que  $\frac{2}{3}$  o, alternativamente, que  $\frac{1}{4}$  es menor que  $\frac{1}{3}$ . Noelting describe este último paso enigmático como una comparación intuitiva. Sin embargo, este es el tipo de situaciones en que Behr y sus asociados observan el uso de las estrategias transitiva y residual [4].

### 3. QUÉ ES UN VIDEOJUEGO EDUCATIVO

El concepto de lúdica parece ser algo tácito, entendido como un conjunto de adjetivos pero difícilmente enmarcado por una definición. Se suele pensar en el juego como lo opuesto al trabajo, considerando que, en tanto el juego es voluntario, el

trabajo es obligatorio, o que, a diferencia del juego, el trabajo es difícil y requiere de preparación y concentración.

Sin embargo, ambas aserciones pueden ser rebatidas [19] pues el trabajo puede fácilmente convertirse en juego si éste es tan apasionante o satisfactorio para quien lo realiza que el pago por realizarlo es sólo uno de los beneficios, lo cual puede ser el caso para profesionistas del deporte, y, por otra parte, actividades como el ajedrez o la ejecución de un instrumento musical pueden ser realmente muy complejas, y pueden requerir de una gran preparación y concentración.

Además, la voluntariedad puede verse reprimida dentro de ciertos contextos culturales donde la tradición familiar, el orgullo nacional o los objetivos curriculares de educación exigen la práctica de actividades que aún entonces pueden entenderse como juego.

De este modo, trabajo y juego no son necesariamente lo opuesto uno de otro, pero se puede aprovechar esta primera definición para construir una menos excluyente.

Cuando hablamos de un empleo, este puede o no ser motivante. Un juego, en cambio, es siempre intrínsecamente motivante, es decir, no requiere de recompensas externas a la propia mecánica del juego, aunque ellas existan. Esto es así al menos para quien verdaderamente considera a determinada actividad un juego. ¿Cuál es el objetivo del juego, entonces, si lo proponemos como carente de cualquier fin externo a él?

#### Los Propósitos del Juego

En su análisis sobre el trabajo de Sutton-Smith, Pellegrini [23] resume en cuatro divisiones los propósitos que puede albergar una actividad lúdica:

- El propósito de progreso radica en usar el juego como un medio para desarrollar algún tipo de habilidad, ya sea física, mental o social.
- El propósito de poder se refiere a competencias en las que se declara un ganador y uno o varios perdedores en el contexto de algún tipo de conflicto.
- El propósito de fantasía sirve como un incentivo al pensamiento creativo, lo que con frecuencia se superpone con el propósito de progreso si alguna aptitud creativa se percibe como una habilidad psicológica deseable.
- Por último, el propósito de recreación se centra en la calidad de la experiencia en sí misma. En otras palabras, uno de los objetivos del juego es que los participantes entren en un estado de inmersión tal que desaparezca su autoconsciencia y se distorsione su percepción del tiempo, y en el que esa persona desee permanecer aún a costa de algún sacrificio, debido a la gran felicidad y satisfacción que percibe de la actividad que realiza.

A ésta especie de trance Csikszentmihalyi le llamó flujo de la experiencia óptima (citado en [25]), y seguramente es este último propósito el más presente en la mente de quienes suponen que la principal utilidad del juego es el gasto de tiempo y energía, pero, en realidad, todo juego tiene influencia de cada uno de estos propósitos en mayor o menor grado.

Todos los juegos están diseñados para servir de alguna manera como entretenimiento, y un juego que no consiga divertir es señalado como un mal juego o un juego aburrido, sin importar si esa es su función principal o no.

En todo juego se desarrolla alguna habilidad, aunque la utilidad de esa habilidad sea debatible de acuerdo al contexto sociocultural de quien juega. Ello indica que el juego es un entorno eficiente de aprendizaje. Pero no sólo eso: algunos estudios han probado que si un individuo es motivado de manera intrínseca a adquirir alguna habilidad (es decir, por medio de una actividad lúdica), es más probable que dedique tiempo y esfuerzo en ejercitarla por cuenta propia, se sienta mejor por su progreso y recurra a esta habilidad con mayor frecuencia en el futuro [18].

También hay una lucha por ser el vencedor en cada juego, ya sea el vencedor individual en una partida de ajedrez, en conjunto en un partido de fútbol, contra una inteligencia artificial en el juego Pac Man, contra las leyes naturales en la construcción de una pirámide de cartas, o contra el azar en el juego Serpientes y escaleras.

Finalmente, todo juego tiene también una fantasía, aunque en ocasiones puede no ser tan evidente (por ejemplo en juegos como Tetris). La fantasía de un juego sirve como marco para las acciones que se realizan y justifica las reglas y los criterios para nombrar al ganador.

### **El Juego**

Tomando en consideración estos cuatro propósitos de la lúdica, podemos delimitar más el concepto de juego y decir que un juego consiste en un conjunto de actividades en que se involucran uno o más participantes en una lucha por cumplir ciertas condiciones de éxito en el marco de un conjunto de reglas definidas para tiempos y espacios finitos.

### **El Videojuego**

El videojuego es, por extensión, un juego en que el jugador interactúa con los elementos de un entorno virtual a través de una interfaz electrónica.

No debe pensarse que, por tratarse de un entorno virtual, carecen de validez los propósitos del videojuego. En particular, a pesar de tratarse de un entorno virtual, las habilidades desarrolladas son completamente reales. No debe hablarse de aprendizaje virtual sino de aprendizaje a través de entornos virtuales, de la misma manera que el correo electrónico, a pesar de verse representado por un buzón virtual, es un medio real de comunicación real.

Lo que es virtual en un videojuego es el entorno, no presente físicamente, pero simulado por medio de un equipo de vídeo y sonido, en ocasiones incluso de dispositivos electromecánicos que permiten al usuario percibir movimiento.

Vale la pena señalar que una simulación de la realidad es mucho más compleja que una reproducción de la realidad. La fotografía y el cine son reproducciones de la realidad que nos permiten percibir diferentes aspectos de ciertos escenarios, pero no nos permiten interactuar con ellos. Un episodio específico de un programa de televisión transcurre siempre de la misma manera, no importa cuántas veces se reproduzca, independientemente del espectador, y la única decisión que puede tomarse al respecto es verlo o no verlo. Una simulación

de la realidad nos permite actuar sobre una copia de ella. Sin transformar el objeto o la situación original, nuestras intervenciones nos permiten probar, comprobar y descubrir los efectos de cualquier acción. A diferencia de una reproducción, sobre la cual tenemos menos libertades que sobre la realidad, una simulación está por completo sometida a nuestra voluntad.

Pero, hablando en términos más generales, los entornos virtuales no necesariamente simulan la realidad como es, sino que se toman ciertas licencias según el aspecto del objeto o situación que el desarrollador desea enfatizar.

Un simulador de guerra espacial, algo que en general clasificaríamos como videojuego de acción, podría simular ciertas leyes de la mecánica, como la inercia y la atracción gravitacional, e ignorar deliberadamente que el sonido no puede propagarse en el vacío y que el concepto de color al que estamos acostumbrados no tiene sentido fuera de nuestra atmósfera. En tal caso, el desarrollador estaría apelando al color y al sonido como claves perceptuales y elementos de retroalimentación en tiempo real, sacrificando la oportunidad de exponer algunas propiedades de los fenómenos ondulatorios y proponiendo a cambio una continua evaluación de ciertas facultades visuales del jugador, como la habilidad de localizar un objetivo entre un conjunto de formas distractoras, la habilidad de atender a una secuencia de señales presentadas a corta distancia temporal una de la otra y la habilidad de atender a varios objetos al mismo tiempo.

Es decir, en un entorno virtual se puede, a diferencia de lo que sucede en la realidad misma, ignorar tantos aspectos de la realidad como convenga a una particular interpretación de determinado objeto o situación, suspendiendo las estrictas consecuencias de la acción y ofreciendo la oportunidad de interactuar con tantos y tan variados escenarios como se necesite o se desee.

Por lo tanto, si bien existen videojuegos que entre sus objetivos cuentan con una presentación simulación muy aproximada de la realidad, es posible encontrar también aquellos que simulan una realidad no real en nuestro mundo, en el sentido de postular leyes físicas no familiares al jugador.

La fantasía de un videojuego, considerando lo anterior, se expresa en los elementos del entorno, familiares o no al jugador, que delimitan las acciones del jugador y justifican las reglas y criterios de éxito.

### **Clasificación de los Videojuegos**

Aunque resulta tentador clasificar los videojuegos según su fantasía (por ejemplo, guerra, deportes, ciencia ficción), en analogía con la literatura o la cinematografía, con mucha frecuencia la fantasía de un videojuego no está íntimamente relacionada con la mecánica de juego.

La mecánica de juego es el subconjunto de las reglas del juego que se refieren específicamente a la interacción directa del jugador con los elementos del entorno. En otras palabras, la mecánica de juego hace referencia a lo que el jugador efectivamente hace para modificar el entorno virtual.

Por ejemplo, Super Puzzle Fighter II Turbo, por su fantasía, podría clasificarse como un juego de peleas, sin embargo la mecánica del juego consiste en agrupar dominós proporcionados aleatoriamente en regiones de un mismo color.

Un ejemplo más conocido, aunque no en el terreno de los videojuegos sino en el de juegos con lápiz y papel, es el de El Ahorcado, cuya fantasía trata de un hombrecillo a punto de ser ejecutado en la horca, pero cuya mecánica de juego consiste en elegir letras del abecedario para descifrar una expresión verbal oculta.

En ese sentido, un criterio más común de clasificación es el de la mecánica de juego, aunque la comunidad de críticos, desarrolladores ni de jugadores ha llegado a un consenso sobre la taxonomía de los videojuegos [28]. De acuerdo a la mecánica de juego, pueden proponerse las siguientes categorías: acción, administración y estrategia, aventura, pelea, plataformas, preguntas y acertijos, puzzle, ritmo, rol, sigilo, y simulación.

El videojuego de acción enfatiza la eliminación de grandes cantidades de enemigos (por ejemplo, Double Dragon). Los videojuegos de disparos en primera (como Call of Duty) y tercera persona (como Metal Slug), así como aquéllos en los que el jugador toma el control de un vehículo de combate (como Star Fox), entre otros, son subgéneros del videojuego de acción.

El videojuego de administración y estrategia pone a disposición del jugador recursos de cualquier clase, incluyendo recursos humanos, naturales y monetarios, para que sean tomadas decisiones en base a éstos y le permitan alcanzar un objetivo. La fantasía puede abarcar cualquier escenario, por ejemplo, una granja (en Harvest Moon), una ciudad (en Sim City), un parque de diversiones (en Rollercoaster Tycoon) o un imperio (en Age of Empires). Adaptaciones virtuales de algunos juegos de mesa y de cartas (como el ajedrez, Monopoly, el póker y el mahjong) tienen cabida en ésta categoría.

El videojuego de aventura enfatiza la inspección del entorno en la solución de problemas situacionales (por ejemplo, The Legend of Zelda). Los videojuegos de aventura gráfica (por ejemplo, Myst) y aventura de texto (por ejemplo, Colossal Cave Adventure) son subgéneros del videojuego de aventura.

El videojuego de pelea permite el combate de dos (como en Street Fighter II: The World Warrior) hasta cuatro (como en Super Smash Bros.) combatientes controlados por computadora o por jugadores humanos. Se diferencia del videojuego de acción en el número limitado de combatientes además de la complejidad del sistema de combate.

El videojuego de plataformas se caracteriza por presentar desafíos de navegación entre obstáculos que requieren de saltos precisos entre plataformas de distintos tamaños. Quizá el ejemplo más conocido es Super Mario Bros.

El videojuego de preguntas y acertijos se constituye de adaptaciones virtuales de juegos de palabras y de conocimiento (como El Ahorcado y Scrabble).

El videojuego de puzzle presenta al jugador una tarea y le pide encontrar la única, o bien la mejor, solución posible. Las tareas en el videojuego de puzzle están asociadas a habilidades geométricas (como Puzzle Bobble), topológicas (como Sokoban), aritméticas (como Picross) y de combinatoria (como adaptaciones virtuales de sudoku).

El videojuego de ritmo gira en torno a la sincronía de acciones con una pista de audio (ejemplos notables son Dance Dance Revolution, Rock Band y DJ Hero).

El videojuego de rol enfatiza la interacción del jugador, por medio de su personaje o equipo de personajes, con personajes controlados por computadora, para involucrarse y ser asistido en misiones, así como el desarrollo de parámetros estadísticos de cada personaje controlado por el jugador. Las franquicias Final Fantasy y Dragon Quest, dirigidas a un sólo jugador a la vez, se encuentran entre los ejemplos más conocidos, pero juegos masivos multijugador en línea (como World of Warcraft) son también videojuegos de rol.

El videojuego de sigilo comparte características con el videojuego de acción, sin embargo, en tanto el videojuego de acción suele premiar la eliminación de grandes cantidades de enemigos, el videojuego de sigilo recompensa la discreción y el involucrarse en la menor cantidad de conflictos posible (ejemplos de éste género son Metal Gear y Tom Clancy's Splinter Cell).

El videojuego de simulación se enfoca en la mejor replicación posible de algún aspecto de alguna situación real. Videojuegos de deportes (como las franquicias Tiger Woods PGA Tour, Madden NFL y FIFA) y de carreras (como las franquicias Burnout, Gran Turismo y Need For Speed) están englobados en esta categoría, y se distinguen de los videojuegos del género de administración y estrategia en que se interesan por replicar sólo uno o pocos aspectos de una situación mucho más compleja. Los simuladores de vuelo, por ejemplo, tan complejos como pueden ser, no suelen incluir en la mecánica de juego el control sobre la torre de control. De hacerlo así, se perdería, de hecho, parte del realismo, pues el piloto no se encuentra en la cabina al mismo tiempo que en la sala de control.

Al describir un videojuego, Thomas, Orland y Steinberg [28] sugieren hacer mención a su género principal y a aquellos otros géneros de los que se tomen elementos como género secundario (por ejemplo, Mega Man es un videojuego de acción y plataformas).

#### **El Videojuego Educativo**

Como se ha mencionado, todo juego, y, por lo tanto, todo videojuego, alberga un propósito de progreso. El diseñador del videojuego educativo debe cuidar que las actividades que el jugador realiza, como parte de la mecánica de juego, estén alineadas con las habilidades que se desean desarrollar durante la experiencia con el videojuego.

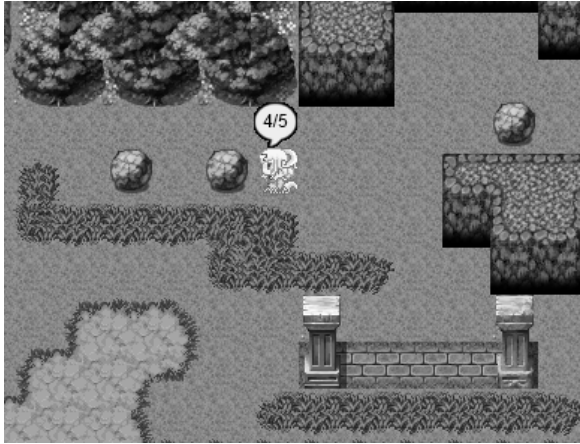
En la siguiente sección se expondrá el diseño de un primer modelo de videojuego educativo que promueva una concepción del tamaño de los números racionales.

### **4. DISEÑO DEL VIDEOJUEGO ARITBAN**

Uno de los principales retos al diseñar un videojuego educativo es el de lograr un equilibrio entre el entretenimiento que el juego ofrece y su contenido educativo [29]. Dondlinger [11] señala la importancia de que la fantasía del juego esté íntimamente ligada con las actividades propuestas de aprendizaje, para que el contenido educativo se encuentre en el corazón de la experiencia lúdica y el jugador recurra a ese contenido de manera constante y voluntaria. Como complemento de esto, Dickey propone [10] que un ritmo lento

de juego es más propicio para la observación y la reflexión, que es un elemento indispensable para que el contenido educativo tenga un impacto sobre el jugador.

Con esto en mente, se consideró el popular videojuego de puzzle Sokoban, cuyo objetivo es empujar cajas, una a la vez, hasta lugares designados dentro de un laberinto reducido en el menor número posible de pasos, y se agregó el requerimiento de acomodar los objetos en orden de menor a mayor.



Cada nivel de Aritban es un reto por ordenar rocas etiquetadas con fracciones de menor a mayor entre dos pilares.

En Aritban, el jugador debe empujar rocas etiquetadas con fracciones hasta su solución. Cada conjunto de rocas etiquetadas está diseñado para que el jugador descubra un modelo específico de comparación de fracciones, tomando como base los modelos de comparación de fracciones descritos por RNP [4]. En la elección de las fracciones asignadas individualmente a cada roca, se consideró el análisis de Karplus, Pulos y Stage [15].

### Modelos de Comparación de Fracciones

Con el objetivo de, entre otras cosas, identificar con precisión el tipo de situaciones que los estudiantes en adolescencia temprana prefieren abordar con una estrategia de comparación u otra, Karplus, Pulos y Stage [15] rediseñaron el experimento de Noelting, eligiendo los valores numéricos de las cantidades, en este caso de jugo de limón y azúcar, de manera que se presentaran situaciones en las que: a) las mezclas tengan el mismo sabor y tanto las razones internas como externas sean enteras, b) las mezclas tengan el mismo sabor pero sólo las razones internas sean enteras, c) las mezclas tengan el mismo sabor pero sólo las razones externas sean enteras, d) las mezclas tengan el mismo sabor pero ni las razones internas ni las externas sean enteras; e), f), g) y h) situaciones análogas en las que las mezclas no tengan el mismo sabor.

Los resultados del experimento de Karplus, Pulos y Stage muestran que los estudiantes enfrentan con mayor éxito las situaciones en las que existen razones internas enteras, disminuyendo su eficiencia en situaciones en las que sólo existen razones externas enteras, y resultando las situaciones donde ni las razones internas ni externas son enteras las más difíciles de resolver.

Se construyó por tanto la siguiente secuencia de modelos. RI indica la posibilidad de encontrar una razón interna (numerador a denominador) entera, RE indica la posibilidad de encontrar

una razón externa (numerador a numerador o denominador a denominador) entera, NR indica la no existencia de razones internas ni externas enteras. Entre paréntesis se da el ejemplo de un par de fracciones que pueden ordenarse bajo este modelo:

La fracción es mayor si el denominador es el mismo y el numerador es mayor ( $2/4 < 3/4$ ).

La fracción es mayor si el denominador es menor y el numerador es el mismo ( $4/3 < 4/2$ ).

Cualquier fracción impropia es mayor que cualquier fracción propia ( $2/3 < 5/3$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI-RE ( $1/2 < 3/4$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI ( $4/12 < 6/16$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI-RE ( $4/2 < 12/5$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RI ( $16/6 < 12/4$ ).

Al compararse con una cantidad mayor que ambas fracciones, es mayor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RE ( $4/12 < 6/16$ ).

Al compararse con una cantidad menor que ambas fracciones, es menor la fracción más cercana a esa cantidad. Caso RE ( $4/3 < 16/9$ ).

Entre cualesquiera dos fracciones puede proponerse una fracción intermedia que ayude a distinguir las con claridad ( $4/5 < 9/7$ ).

Esta secuencia crece en dificultad para el jugador, según [15], y al avanzar en los niveles de Aritban el jugador debe construir los modelos de comparación de fracciones para encontrar la solución.

En esta fase primitiva de desarrollo aún queda por hacerse la distinción entre: fracciones propias e impropias; los casos en que existen razones enteras tanto en numeradores como denominadores (en el caso de razones externas) o en ambas fracciones (en el caso de razones internas), a diferencia de los casos donde sólo existe una razón entera; los casos en que una o ambas fracciones son reducibles.

## 5. UNA PRIMERA EXPERIENCIA

En 2011 se tuvo la oportunidad de ofrecer la experiencia de jugar Aritban a un grupo de estudiantes de primer año de secundaria, alrededor de los 12 años de edad, en la Ciudad de México. Se eligieron cinco de ellos para que resolvieran un test antes y después de 200 minutos de juego a lo largo de dos semanas. Cada aplicación de test tuvo una duración aproximada de 30 minutos y su objetivo fue registrar diferencias en la estrategia de comparación de fracciones antes y después de la experiencia de juego.

Un estudiante, durante el pretest, intentó auxiliarse de la recta numérica para encontrar una fracción mayor que  $1/9$  y menor que  $1/8$ , pero la dificultad para identificar con precisión intervalos iguales tan pequeños sobre la recta le impidió reconocer si  $1/9$  era menor o mayor que  $1/8$ .

En el postest, al proponerle que encontrara una fracción ubicada entre  $1/6$  y  $1/7$ , y luego de otro intento fallido por construir una recta numérica lo suficientemente precisa, el estudiante busca fracciones equivalentes para facilitar su tarea. No atreviéndose a escribir  $6.5/42$  como una fracción entre  $6/42$  y  $7/42$ , multiplica una vez más para obtener  $12/84$  y  $14/84$ , y finalmente escribe  $13/84$ .

No es claro si el estudiante, en el postest, reconoce que  $13/84$  se ubica entre  $1/6$  y  $1/7$ , o si piensa que las transformaciones que ha efectuado lo han trasladado a una situación diferente de la inicial.

Otros estudiantes cambian también de alguna manera sus estrategias, pasando del uso de rectángulos para indicar partes de un todo o rectas numéricas de construcción complicada a expansiones decimales o búsqueda de fracciones equivalentes, pero sólo el estudiante que se ha descrito logra encontrar una equivalencia de fracciones útil para resolver el ítem.

Lamentablemente, no es claro el motivo por el que los estudiantes han decidido desechar sus anteriores estrategias y buscar nuevas. Una modificación al diseño actual de Aritban debería permitir identificar estas transiciones de preferencia por una estrategia u otra.

Aún así, se considera positivo que los estudiantes intenten descubrir nuevas estrategias de comparación luego de su experiencia con Aritban.

Los estudiantes se mostraron entusiasmados e interesados en continuar jugando una vez que las dos semanas de prueba concluyeron. Al término del postest todos mencionaron que sentían haber aprendido matemáticas y que les gustaría seguir aprendiendo de esa manera, a pesar de que intencionalmente se evitó hacer cualquier referencia al aprendizaje o a las fracciones en la presentación de Aritban.

Todos mostraron una mejora gradual en su desempeño con el juego, lo que es realmente notable, pues no existió intervención didáctica en ningún momento. El cambio se debió al desarrollo de una habilidad para ordenar fracciones, una habilidad para resolver laberintos, al estudio voluntario de fracciones con el objeto de mejorar en el juego, o a alguna combinación de estas proposiciones, que en ningún caso resulta poco deseable.

## 6. CONCLUSIONES

La mecánica de juego de Aritban es una muestra del beneficio que pueden aportar los videojuegos a la didáctica de las matemáticas, y por lo tanto es absurdo continuar ignorando el diseño de videojuegos educativos como herramienta viable y legítima en la educación.

Cabe destacar que, si se desea lograr avances significativos en el área de los videojuegos educativos, es necesario llegar antes a un consenso en la taxonomía de los videojuegos y la disección de sus elementos.

Por otra parte, aunque en realidad no se obtuvo gran evidencia de que gracias a Aritban se consolidara algún concepto matemático, la evidencia apunta a que, al no poder avanzar de un nivel a otro utilizando un razonamiento que consideraban suficiente, y posteriormente un método de prueba y error, la interacción con el videojuego incitó a los estudiantes a reflexionar sobre la representación de las fracciones y a replantear sus estrategias de comparación, atreviéndose incluso a probar algunas de esas nuevas estrategias en el postest.

De la bibliografía revisada hasta el momento no parece existir un estudio previo que utilice un videojuego educativo de estas características para trabajar con algún aspecto relacionado con las fracciones, si bien el uso de applets educativos en internet ya está bastante difundido, en especial los Java applets y las animaciones Flash. Será necesario entonces un estudio que dé mayor seguimiento a estos u otros participantes.

## 7. REFERENCIAS

- [1] M. Behr, T. Post, "Teaching rational number and decimal concepts", **Teaching mathematics in grades K-8: Research based methods**, MA: Allyn and Bacon, 1992, pp. 201-248
- [2] M. Behr, G. Harel, T. Post, R. Lesh, "Rational numbers: Towards a semantic analysis – emphasis on the operator construct", **Rational numbers: An integration of research**, NJ: Erlbaum, 1993, pp. 13-47.
- [3] M. Behr, I. Wachsmuth, T. Post, "Tasks to assess children's perception of the size of a fraction", **Theory, Research and Practice in Mathematical Education**, Nottingham: Shell Centre for Mathematics Education, 1984, pp. 179-185.
- [4] M. Behr, I. Wachsmuth, T. Post, R. Lesh, "Order and equivalence of rational numbers: A clinical teaching experiment", **Journal for Research in Mathematics Education**, 15(5), 1984, pp. 323-341.
- [5] N. Bezuk, K. Cramer, "Teaching about fractions: What, when, and how", **National Council of Teachers of Mathematics 1989 Yearbook: New Directions For Elementary School Mathematics**, VA: NCTM, 1989, pp. 156-167.
- [6] J. Cortina, C. Zúñiga, "Ratio-like comparisons as an alternative to equalpartitioning in supporting initial learning of fractions", **Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX**, Vol. 2, México: Cinvestav-UMSNH, 2008, pp. 385-392.
- [7] K. Cramer, M. Behr, T. Post, R. Lesh, **Rational Number Project: Fraction lessons for the middle grades - Level 1**, 1997, IA: Kendall/Hunt Publishing.
- [8] K. Cramer, A. Henry, "Using manipulative models to build number sense for addition of fractions", **National Council of Teachers of Mathematics 2002 Yearbook: Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions**, 2002, VA: NCTM, pp. 41-48.
- [9] K. Cramer, T. Post, R. del Mas, "Initial fraction learning by fourth and fifth grade students: A comparison of the effects of

using commercial curricula with the effects of using the Rational Number Project curriculum”, **Journal for Research in Mathematics Education**, 33 (2), 2002, pp. 111-144.

[10] M. Dickey, “Game design narrative for learning: Appropriating adventure game design narrative devices and techniques for the design of interactive learning environments”, **Educational technology research and development**, 54 (3), 2006, pp. 245-263.

[11] M. Dondlinger, “Educational video game design: A review of the literature”, **Journal of applied educational technology**, 4 (1), 2007, 21-31

[12] H. Freudenthal, “As an example: Length”, **Didactical phenomenology of mathematical structures**, NY: Kluwer Academic, 1983, pp. 1-27.

[13] H. Freudenthal, “Fractions”, **Didactical phenomenology of mathematical structures**, NY: Kluwer Academic, 1983, pp. 133-177.

[14] H. Freudenthal, “Ratio and proportionality”, **Didactical phenomenology of mathematical structures**, NY: Kluwer Academic, 1983, pp. 178-209.

[15] R. Karplus, S. Pulos, E. Stage, “Proportional reasoning of early adolescents”, **Acquisition of mathematics concepts and processes**, FL: Academic Press, 1983, pp. 45-90.

[16] T. Kieren, “Personal knowledge of rational numbers - Its intuitive and formal development”, **Number concepts and operations in the middle grades**, VA: NCTM, 1988, pp. 162-181.

[17] T. Kieren, “Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding”, **Rational numbers: An integration of research**, NJ: Erlbaum, 1993, pp. 49-84.

[18] M. Lepper y D. Greene, “Undermining children’s intrinsic interest with extrinsic reward: A test of the ‘overjustification’ hypothesis”, **Journal of personality and social psychology**, 28 (1), 1973, pp. 129-137.

[19] T. Malone, “Toward a theory of intrinsically motivating instruction”, **Cognitive Science**, 4, 1981, pp. 333-369.

[20] G. Noelting, “The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part I – The differentiation of stages”, **Educational Studies in Mathematics**, 11, 1980, 217-253.

[21] G. Noelting, “The development of proportional reasoning and the ratio concept: Part II – Problem structure at successive stages”, **Educational Studies in Mathematics**, 11, 1980, 331-363.

[22] S. Ohlsson, “Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts” **Number concepts and operations in the middle grades**, VA: NCTM, 1988, pp. 55-92.

[23] A. Pellegrini, **The future of play theory: A multidisciplinary inquiry into the contributions of Brian Sutton-Smith**, NY: New York Press, 1995.

[24] J. Piaget, A. Szeminska, **Génesis del número en el niño**, Buenos Aires: Guadalupe, 1987.

[25] L. Rieber, “Seriously considering play: Designing interactive learning environments based on the blending of microworlds, simulations, and games”, **Educational technology research and development**, 44 (2), 1996, pp. 43-58.

[26] J. Schwartz, “Intensive quantity and referent transforming arithmetic operations”, **Number concepts and operations in the middle grades**, VA: NCTM, 1988, pp. 41-52.

[27] L. Steffe, “Children's construction of number sequences and multiplying schemes”, **Number concepts and operations in the middle grades**, VA: NCTM, 1988, pp. 119-140.

[28] D. Thomas, K. Orland, S. Steinberg, **The videogame style guide and reference manual**, Power Play Publishing, 2007.

[29] J. Torrente, A. del Blanco, E. Marchiori, P. Moreno-Ger, B. Fernández-Manjón, “Introducing educational games in the learning process”, **Proceedings of the IEEE Educon 2010 Conference**, Madrid: IEEE Educon, 2010, pp. 1119-1124.

[30] G. Vergnaud, “Multiplicative structures”, **Number concepts and operations in the middle grades**, VA: NCTM, 1988, pp. 141-161.