

ELABORACIÓN DE SOFTWARE EDUCATIVO PARA EDUCACIÓN PRIMARIA: EL CASO DE LOS CONCEPTOS DE RAZÓN Y PROPORCIÓN

Elena Fabiola Ruiz Ledesma
Escuela Superior de Cómputo del IPN. (México)
efruiz@ipn.mx

Resumen

En el presente artículo se muestra la importancia del uso de un software educativo como apoyo en el desarrollo del pensamiento proporcional del estudiante de nivel primario y en la construcción de los conceptos de razón proporción.

El uso del software educativo, le da al maestro mayor flexibilidad para atender las diferentes necesidades de alumnos, quienes pueden estar compartiendo una misma clase, utilizando un software que se pueda adaptar al ritmo de aprendizaje de cada alumno o grupo. Por otro lado las herramientas multimedia permiten la utilización de audio, imágenes, gráficos, animación y videos, ya que son mucho más eficaces que los medios lineales (como los libros) para captar el interés de los alumnos e incrementar su proceso educativo. En el presente trabajo se aborda el uso del software para la comprensión de los conceptos de razón y proporción, debido a que este tema es fundamental desde la educación primaria ya que le permite al niño comprender y enfrentar situaciones de la vida diaria, además de que la no comprensión de dichos conceptos contribuyen al mal empleo de conocimientos de la aritmética (manejo de problemas multiplicativos, entre otros) que se trabajan en la escuela primaria, además de que delimita y distorsiona conceptos que se abordan en la secundaria, en el nivel medio y superior, como la variación proporcional, funciones y la derivada. Son fundamentales dentro de la enseñanza, por ello han sido sometidos a estudio por diversos investigadores de diferentes países y en distintas épocas: Piaget [1], Mellar [2], Lesh, [3], Ruiz [4].

Palabras clave: software educativo, estrategias didácticas, razón, proporción.

1. Introducción

En la actualidad, en el contexto educativo existe la posibilidad de diseñar y desarrollar materiales tecnológicos de tipo interactivo. Cualquier experiencia en el aula puede utilizar la tecnología electrónica como canal de mediación, pero hay que valorar dimensiones tales como: objetivos a

conseguir, organización de los temas que permitan el desarrollo de los contenidos que se quieran incluir, actividades de aprendizaje y la evaluación tanto de los aprendizajes como de todo el proceso.

Por otra parte, el incremento de materiales tecnológicos es impresionante, pero, no siempre se incorporan estrategias didácticas diseñadas con elementos teóricos. En la investigación que se muestra en el presente documento, se hace hincapié en lo señalado por Coll [5], [6], [7] y [8], quien comenta que los temas y conceptos matemáticos deben ser tratados de forma vinculada con el medio ambiente, las actividades cotidianas, las competencias laborales y profesionales, así como con las demás ciencias que estudia el alumno.

En el presente artículo se aborda la construcción del concepto de proporción y ligado a él el desarrollo del pensamiento proporcional, debido a que a nivel curricular este tema se introduce desde la Educación Básica y el éxito obtenido en su aprendizaje permite al estudiante avanzar en la comprensión de conceptos con los que trabajará en los siguientes niveles educativos. La no comprensión de dicho concepto contribuye al mal empleo de conocimientos de la aritmética (manejo de problemas multiplicativos, entre otros) que se trabajan en la escuela primaria, además de que delimita y distorsiona conceptos que se abordan en la secundaria, en el nivel medio y superior, como la variación proporcional, funciones y la derivada.

Para que un niño identifique lo proporcional, de acuerdo a Piaget [1], esto lo debe hacer partiendo de niveles cualitativos del pensamiento. Es por ello que, la construcción de este concepto matemático se presenta a nivel cualitativo y cuantitativo del pensamiento, lo que determina lo que se ha denominado como pensamientos proporcionales cualitativo y cuantitativo, respectivamente. [4]

A partir de lo descrito, se ha abordado una investigación cuyo problema se plantea en el siguiente apartado

2. Planteamiento del problema

La construcción del concepto de proporción y el desarrollo del pensamiento proporcional se ve fortalecida a través de actividades didácticas con tecnología electrónica, en niños de sexto año de la educación primaria.

Como la investigación es muy amplia, en este artículo se reporta una actividad didáctica para el desarrollo del pensamiento proporcional, así como su implementación y análisis, constituyéndose en una investigación parcial.

3. Objetivo de la Investigación

Diseñar actividades didácticas para la construcción del concepto de proporción y el desarrollo del pensamiento proporcional a través de un programa computacional interactivo.

El *supuesto de investigación* parte del hecho de que al construir o reconstruir el concepto de proporción se estará, en alguna medida, incidiendo en el desarrollo del pensamiento proporcional, para este artículo, en el pensamiento proporcional cualitativo.

4. Fundamentos Teóricos

A. Situaciones didácticas planteadas como situaciones-problema

Coll [5], habla de una psicopedagogía de los contenidos del aprendizaje escolar. Llama la atención sobre los procesos mismos de enseñanza/aprendizaje planteando abiertamente el tema de la naturaleza y características de las actividades mediante las cuales se lleva a cabo el aprendizaje escolar. Señala que el criterio de la actividad autoestructurante del alumno, pese a la importancia que reviste, no es suficiente para elaborar propuestas de actividades de aprendizaje escolar; por varias razones, en primer lugar, porque la manera de favorecer una actividad constructiva en el alumno, varía sensiblemente según el contenido de aprendizaje, no se puede proceder exactamente del mismo modo en el área de matemáticas que en otra área; según la riqueza y complejidad de los esquemas de asimilación previos del alumno a propósito de los contenidos que tiene que aprender y probablemente otros factores de diversa índole –relacional, motivacional, institucional, etc- que condicionan la puesta y la realización de las tareas escolares.

Por supuesto, que el criterio básico es siempre potenciar la actividad autoestructurante, pero el problema de la metodología de la enseñanza se refiere en esencia a cómo lograrlo y hay indicios suficientes que permiten afirmar que el camino no es único, por lo que los caminos en

determinadas circunstancias pueden ser efectivos, mientras que en otras no, [5], Además Coll hace hincapié en plantear situaciones didácticas como situaciones-problema destinadas a hacer progresar las representaciones y los procedimientos de los alumnos a propósito de algunos campos conceptuales en el área de matemáticas.

Coll [7], también dice que el estudiante no es sólo activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, sino también cuando lee o escucha las explicaciones del profesor. Por supuesto, no todas las formas de enseñar favorecen por igual el despliegue de esta actividad, pero su presencia es indiscutible en todos los aprendizajes escolares. Si bien es cierto que el educando es el responsable último del aprendizaje, puesto que es el único que construye o no los significados, es imposible entender el proceso mismo de construcción al margen de las características propias del contenido a aprender y de los esfuerzos del profesor por conseguir que el alumno construya significados relacionados con dichos contenido. El énfasis en las interrelaciones entre alumno, contenido y profesor aparece como uno de los rasgos distintivos de la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza.

B Elementos de la tecnología electrónica

Se presentan algunos resultados de investigación que dan cuenta de que los programas computacionales pueden apoyar a la construcción de conocimientos matemáticos en los estudiantes.

Harris [9], comenta que la tecnología electrónica le da al maestro mayor flexibilidad para atender las diferentes necesidades de alumnos con distintos niveles de capacidades, quienes pueden estar compartiendo una misma clase, utilizando un software que se pueda adaptar a la enseñanza y al aprendizaje, así como a las condiciones particulares de cada alumno o grupo. Mientras que en la educación tradicional el maestro sólo da una lección a una velocidad y un nivel únicos. La tecnología permite al docente dividir su grupo de estudiantes en equipos y trabajar con cada uno a su propio ritmo.

Por su parte, Bianchini [10], señala que las herramientas multimedia permiten la utilización de audio, imágenes, gráficos, animación y videos son mucho más eficaces que los medios lineales (como los libros) para captar el interés de los alumnos e incrementar su proceso educativo. La multimedia les permite a los estudiantes captar

significados de maneras distintas. Además, contribuye a desarrollar su capacidad e interés. Algunas investigaciones se han realizado con el propósito de conocer si el uso de un ambiente basado en Web beneficia el aprendizaje. El estudio realizado por Galbraith y Haines [11], mostraron que los estudiantes que usan la computadora en su práctica de aprendizaje en matemáticas, disfrutaban las matemáticas. Gustan de las características de flexibilidad que proporciona la computadora, pasan mucho tiempo en la computadora para completar una tarea y disfrutaban probando nuevas ideas. Concluyeron también que las aplicaciones basadas en la Web aumentan el nivel de confianza, la motivación, y la interacción. Gourash [12], Engelbrecht y Harding [13], señalan que el uso de la computadora en términos educativos les permiten a los alumnos encontrar el significado de lo que están haciendo, ya que se desarrolla su capacidad de descubrimiento y les permite ser más profundos.

5. Aspectos Metodológicos y Resultados

El diseño de las actividades didácticas para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo, a través de un programa computacional interactivo, emplea una metodología dada en los siguientes tres pasos:

- Determinar los indicadores asociados a la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa), así como los indicadores asociados al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo (a través de este concepto matemático).
- Diseñar las actividades didácticas sobre el concepto de proporción y su inserción en el programa computacional interactivo.
- Implementar el programa computacional interactivo y, analizar y discutir los resultados.

A. Desarrollo de la investigación

A continuación se describen a *grosso modo* cada uno de los tres pasos de la metodología de investigación.

B. Determinación de los indicadores

Los autores que se mencionan en esta sección también forman parte de la sección de fundamentación teórica, sólo que para no duplicar la información se han colocado únicamente en la presente sección. Es a través de

ellos que se identifican los indicadores para el desarrollo del concepto de proporción, así como los indicadores para el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Cabe hacer mención que los indicadores identificados se han resaltado en letra oscura.

Como antecedente a lo inmediatamente mencionado se tiene la investigación de Ruiz, [4], quien diseñó y aplicó una propuesta de enseñanza abordando el concepto de proporción y encontró distintas dificultades que presentaron los estudiantes del último año de la educación primaria, entre las que se encuentran las dos siguientes:

- El pensamiento cualitativo de los estudiantes de nivel primaria en torno a la proporcionalidad está escasamente desarrollado.
- Mostraron confusión al establecer proporciones de manera intuitiva y explícita en figuras geométricas, ya que no pudieron establecer las proporciones cuando comparan en figuras semejantes el largo de una con el ancho de otra.

C. Indicadores

Piaget [1] comenta que entre los 11 y los 12 años de edad, se ve en el sujeto la presencia de la noción de las proporciones en diferentes ámbitos, tales como: las proporciones espaciales (figuras semejantes), las relaciones entre pesos y longitudes de los brazos en la balanza, las probabilidades, etc. También menciona Piaget que a través de sus experimentos señala que el niño adquiere la identidad cualitativa antes que la conservación cuantitativa y hace una distinción entre comparaciones cualitativas y la verdadera cuantificación. En efecto, para Piaget e Inhelder [14], la noción de proporción empieza siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente. Hace hincapié en que para que el estudiante desarrolle su *pensamiento proporcional cualitativo* es necesario partir de las nociones de **ampliación y reducción de manera visual (1)**, siguiendo la idea de la fotocopia o del dibujo a escala, asumiendo que el estudiante a muy temprana edad logra reconocer lo que es proporcional empleando la percepción y la observación. Una forma de expresar su *pensamiento cualitativo* es emplear expresiones lingüísticas como “mayor que...” y “menor que...”, es decir, **usar categorías verbales (2)**.

De acuerdo a Piaget e Inhelder [14], después de que el estudiante desarrolla la parte perceptual (pensamiento proporcional cualitativo), aparece

un ordenamiento al hacer comparaciones (lo que se ubica en el *tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo*), esto se puede constatar cuando el estudiante compara figuras sobreponiéndolas, dando por origen el indicador **comparar (3)**. Al respecto, Piaget señala que en el *paso de lo cualitativo a lo cuantitativo* aparece la idea del orden sin que todavía emerja la de cantidad como número, sin embargo puede **contar (4)**, siendo éste otro indicador. Asimismo, en este *tránsito de lo cualitativo a lo cuantitativo* el estudiante puede construir una figura amplificándola o reduciéndola, constituyéndose los indicadores **amplificar y reducir mediante el dibujo (5)**. Posteriormente, el alumno usa la medida al hacer comparaciones, primeramente confrontando partes del objeto y sobreponiendo una figura en otra y después usando un instrumento de medida, convencional o no. Así, **medir con instrumentos (6)** representa otro indicador, permitiendo desarrollar su *pensamiento proporcional cuantitativo*.

Es importante que el estudiante al desarrollar su *pensamiento proporcional cuantitativo* llegue a **usar la regla de tres (7)** dándole sentido a ésta y no sólo de forma mecánica [15], con lo cual se define un indicador más.

En términos de Freudenthal [16], para establecer *proporciones, tanto de forma intuitiva* (es decir, cualitativamente) *como explícita* (o sea, cuantitativa), las comparaciones se expresan en dos modalidades: directa e indirecta. La modalidad directa de comparar es cuando un objeto se *sobrepone* en otro objeto, que define al indicador **comparar directamente (8)**, mientras que la indirecta es cuando se tienen dos objetos y un *instrumento* para compararlos, como el uso de una regla o simplemente contar dando por resultado el indicador **comparar indirectamente (9)**. El niño puede comparar dos objetos de forma indirecta y lo puede hacer de manera cualitativa y/o cuantitativa.

Es importante mencionar que los autores como Piaget [1] y Streefland [17], mencionan que de manera natural se desarrolla primero el pensamiento proporcional cualitativo, a través de la percepción y lo empírico. Por otro lado, está demostrado que en la práctica educativa se le da prioridad al uso de algoritmos, desarrollando los estudiantes un pensamiento proporcional cuantitativo de forma mecánica, cuando en muchas ocasiones no tienen desarrollado el pensamiento proporcional cualitativo. Así, la secuencia cualitativo-cuantitativo, no siempre se presenta en los estudiantes.

Freudenthal [16], señala que la comprensión, de forma intuitiva (o sea, cualitativa), de la proporción puede guiarse y profundizarse mediante visualizaciones y éstas pueden ilustrarse utilizando construcciones detalladas, donde los dibujos estén diferenciados y muestren qué puntos se corresponden entre sí en el original y en la imagen. Freudenthal también sugiere que al trabajar la proporción de longitudes se utilicen las figuras planas como medios de representación, por su expresividad más global, en el sentido que al alumno se le facilita la comprensión cualitativa y cuantitativa entre magnitudes mediante la percepción visual. Desde la perspectiva de la matemática, también es importante que el alumno llegue a expresar la *proporción como la equivalencia de dos o más fracciones (10)* con lo cual se constituye un indicador más. Además, para Freudenthal (1983), en la enseñanza es preciso tomar en cuenta a las razones **internas (11)** y a las razones **externas (12)**, definiendo a las primeras como relaciones establecidas entre distintos valores de la misma magnitud y a las segundas, como relaciones entre valores de diferentes magnitudes; ambas proporciones expresan dos indicadores a tomarse en cuenta.

Rescatando lo mencionado por los investigadores en los párrafos previos, se muestra a continuación una tabla en donde se especifican los indicadores referidos a la proporción, así como al pensamiento proporcional cualitativo; también se establecen las *acciones didácticas* asociadas a dichos indicadores.

De la tabla 1, se pueden observar las diversas *acciones didácticas* que deben trabajar los estudiantes, y las cuales se pueden llevar a cabo en el programa computacional interactivo. Estas acciones didácticas se expresan de forma genérica como: Sobreponer figuras, Utilizar categorías verbales*, Usar instrumentos de medición, Usar tablas*, Seleccionar figuras, Dibujar figuras en cuadrícula, Contar cuadrados de una cuadrícula.

Las acciones marcadas con un asterisco, requieren de una grabadora, la cual es externa al programa computacional interactivo. Cuando el estudiante realiza estas acciones didácticas es necesario usar la grabadora para contar con la evidencia. Las categorías verbales se graban en el audio, así como los comentarios de los estudiantes. La acción didáctica “usar tablas”, permite que el estudiante relacione datos de una misma columna, entre dos columnas o que pueda

ser llenada por él. Para el caso de relacionar datos, el audio permite identificar este indicador.

TABLA 1 indicadores y sus acciones didácticas

Objetos de estudio	Propósitos	Indicadores	Acciones didácticas
El desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	Contribuir al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	Amplifica y reduce de manera visual (1) Utiliza categorías verbales como “más grande que” o “más pequeño que” (2)	♦ Seleccionar figuras reducidas o amplificadas mediante la visualización ♦ Usar expresiones lingüísticas
	Contribuir al tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo	Compara (3) Cuenta (4) Amplifica y reduce figuras mediante el dibujo (5)	♦ Sobreponer figuras ♦ Contar lados de cuadrados en una cuadrícula ♦ Dibujar figuras amplificadas o reducidas en una cuadrícula
	Contribuir al desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo	Medir con instrumentos (6) Usar la regla de tres (7)	♦ Usar un instrumento de medida ♦ Emplear regla de tres
El concepto matemático de proporción	Establecer proporciones de forma cualitativa	Compara directamente (8) Compara indirectamente(9)	♦ Sobreponer figuras ♦ Usar un instrumento de medición
	Establecer proporciones manera cuantitativa	Compara indirectamente(9) Usa razones internas y externas (11, 12) Expresa la proporción como equivalencia de dos o más fracciones (10)	♦ Usar un instrumento de medición ♦ Usar una tabla relacionando datos y escribir la proporción empleando fracciones

D. Vinculación entre acciones didácticas y acciones computacionales.

El programa computacional fue elaborado para que el estudiante pudiera llevar a cabo las acciones didácticas. Para la presente investigación el programa computacional que se ha desarrollado permite incorporar acciones como arrastrar figuras, acceder a las figuras de un recuadro, usar un lápiz virtual como si fuera real, hacer uso de una cuadrícula para contar cuadros o realizar dibujos sobre ésta, hacer mediciones con instrumentos como una regla virtual, usar tablas para llenar; todas las acciones mencionadas se denominan **Acciones computacionales**

En la tabla 2 se establece la vinculación entre las acciones didácticas y las acciones computacionales, necesarias para la construcción del concepto de proporción, así como del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Es decir, las acciones

computacionales son las que permiten que se puedan realizar las acciones didácticas asociadas a cada indicador de la construcción de los objetos de estudio.

Tabla 2. Vinculación entre acciones didácticas y computacionales

Acciones didácticas	Acciones computacionales
Sobreponer figuras	Arrastrar figuras
Usar instrumentos de medición	Usar regla virtual
Usar tablas	Llenar tabla
Seleccionar figuras	Acceder a figuras
Dibujar figuras en cuadrícula	Usar un lápiz virtual
Contar cuadrados de una cuadrícula	Usar cuadrícula

E. Diseño de actividades didácticas e inserción en el programa computacional interactivo

En esta sección primero se describen los elementos pedagógicos del programa computacional interactivo que fue diseñado

expresamente para este proyecto. Posteriormente se muestra la actividad didáctica, especificando su propósito, el cual se fundamenta en los elementos teóricos mostrados; el evento contextualizado las acciones didácticas que pueden ser usadas por el estudiante en el abordaje la actividad y, las acciones computacionales asociadas a este evento; se termina con la inserción en el programa computacional interactivo.

F. Elementos pedagógicos del programa computacional interactivo.

Los elementos pedagógicos del programa computacional permiten la presentación y visualización de las instrucciones, las actividades a realizar, las ayudas y opciones que puede tomar el usuario, etc., en general los elementos que son usados en el proceso de aprendizaje acorde con lo señalado por Coll, [5], [6], [7] y [8]. Se presenta un ambiente familiar como un elemento próximo al entorno del niño. Ver figura 1, donde el diseño de las plantillas es coherente con el uso del ambiente familiar.



Figura 1. Pantalla de ambiente familiar en el programa computacional interactivo.

También se emplean ambientes y metáforas del mundo real adecuadas para niños de sexto grado de primaria., ver figura 2.



Figura 2. Pantalla de ambiente real.

El programa es amigable ya que permite al usuario salir, entrar y enviar. Por ejemplo, se da *click* sostenido en la puerta para salir. Se presenta un estilo visual mediante tipos de letras, botones y aspectos generales enfocado a niños de primaria, ver figura 3. Se emplea brevedad en los textos, incorporando sonidos y gráficos para sustituir posible contenido de texto.



Figura 3. Pantalla con características para niños de primaria.

El tipo, estilo y tamaño de letras son legibles. Los mensajes son sencillos y concretos, para evitar confusión al usuario. Se emplean gráficos con aspecto infantil, presentando imágenes y animaciones para mejorar la comunicación, ver figura 4.



Figura 4. Pantallas amigables del programa computacional interactivo.

Se le da tolerancia al usuario de tres intentos para resolver correctamente las actividades y cuando realiza la actividad correctamente se le avisa como un medio motivador, ver figura 5. En el programa computacional interactivo el alumno puede consultar su avance, ver figura 6.



Figura 5. Pantalla motivadora de la actividad realizada.



Figura 6. Pantalla para consultar avance.

Cuando el alumno no logra realizar la actividad correctamente, entonces, se emplean animaciones para ilustrar los conceptos a través de ejemplos y se genera de inmediato asociación entre conceptos.

G. Actividad didáctica y su inserción en el programa computacional

Propósito de la Actividad

La actividad persigue la construcción del concepto de proporción y en consecuencia el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Se parte de lo señalado en [1], [17] y [4], sobre que la enseñanza temprana de la proporción debe partir de niveles cualitativos de reconocimiento de éstos, por ello la actividad no requiere de la utilización de cantidades para su solución.

Actividad 1. Situación Problema

El situación problema, como lo menciona Coll [7], se diseña de acuerdo al vínculo que debe haber entre la realidad y el estudiante de primaria.

Ricardo tiene diez años de edad, él fue a Veracruz y en el muelle vio un barco que le gustó mucho, el niño lo dibujó en una hoja de papel. Cuando regresó a la escuela se lo mostró a su maestra. Ella solicitó en la fotocopidora 4 versiones del barco, unas amplificadas y otras reducidas, de diferentes tamaños. Después les llevó las fotocopias a sus alumnos y les pidió que eligieran la figura del barco que estuviera amplificada al doble. Ayúdalos a encontrar el barco que está amplificado. Ver figura 8.



Figura 8. Situación problema 1.

En una primera pantalla se muestra la figura del barco y 4 figuras que son semejantes, pero con pequeñas diferencias entre ellas, ver la figura 7. Por ejemplo, pueden estar al doble, al triple, a la mitad o a la tercera parte del tamaño original y se le pide al niño que elija de entre las 4 figuras la que se encuentra amplificada al doble.

Cuando el alumno ha seleccionado alguna de las figuras, es porque ha visualizado la amplificación (lo que corresponde al indicador 1) o ha arrastrado las figuras para sobreponerlas y poder compararlas (compara, indicador 3) y definir cuál es la que está al doble. Después de seleccionar la figura, el programa computacional analiza la elección hecha y enseguida le manda una respuesta con el resultado del análisis:

Si es correcta se le muestra otra actividad.

Si es incorrecta la selección, el programa le manda un mensaje escrito que dice “la selección no es la correcta” y le pregunta si desea intentarlo de nuevo. Si responde afirmativamente, entonces, aparece la misma actividad con los mismos datos, pero con una herramienta auxiliar que es una regla virtual, como ha sido mencionado, lo que le permite medir y hacer comparaciones (indirectas 9, 6). Si aún con este apoyo de la regla virtual la selección es incorrecta nuevamente, entonces, el programa computacional interactivo le presenta otra versión de la misma actividad, la cual es generada aleatoriamente con otras figuras y otros datos, para que lo vuelva a intentar.

Si después de estos intentos el alumno no ha podido seleccionar la figura correcta, entonces, se le presenta una simulación de la actividad, con otras figuras y otros datos, de tal forma que el simulador sobrepone figuras y arrastra la regla virtual, apareciendo los datos de las medidas de las figuras, de esta forma se puede ver, con las acciones que realiza el simulador, cuál figura es la ampliada o reducida, de acuerdo con lo que se pide. Esto le permite al niño asociar estas acciones con las que él debió haber realizado en los intentos que llevó a cabo.

Cabe hacer mención que este programa computacional interactivo genera aleatoriamente las figuras (no siempre es un barco), así como su amplificación o reducción en distintas escalas (que no siempre se expresan en números enteros), con el propósito de que no se vuelva mecánica o se memorice la actividad. En general, el programa computacional genera de forma aleatoria los datos, las figuras, los contextos y las tablas.

6.- Implementación, análisis y discusión de los resultados

A.- Implementación

Para la implementación se contó con un grupo de 29 estudiantes de sexto grado de la educación básica en México; específicamente de una escuela pública de la Ciudad de México, esta situación provocó que la mayoría fueran niños que no tenían mucho contacto con computadoras, lo que hizo que estuvieran motivados y entusiasmados en participar. Las edades de los alumnos fluctuaban entre once y doce años de edad.

Se emplearon seis sesiones para el trabajo con los estudiantes, cada una con una duración de dos horas.

El análisis y discusión de los resultados se llevan a cabo en relación a los indicadores de la construcción del concepto de proporción (de forma cualitativa) y a los del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo.

B. Análisis de los resultados

El análisis de los resultados se lleva a cabo en relación a los indicadores que determinan el desarrollo de los pensamientos proporcional cualitativo, cuantitativo y el tránsito entre ambos para cada una de las actividades implementadas a los estudiantes.

En la actividad 1 que se mostró se encontró lo siguiente:

Para la actividad 1 el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo se está identificando a través del indicador (1) amplificar y reducir figuras. Los niños que tienen desarrollado el pensamiento proporcional cualitativo, mediante la visualización pueden identificar las proporciones y seleccionar la figura correcta.

Los estudiantes que no han desarrollado este pensamiento proporcional cualitativo no pueden identificar visualmente la figura correcta y necesitan recurrir a las comparaciones directas e indirectas. En la comparación directa (8) hacen uso de la acción didáctica de sobreponer figuras, mientras que en la comparación indirecta (9), la acción didáctica es el uso de un instrumento de medición.

Siete de veintinueve estudiantes eligieron la figura amplificada, mediante la visualización, lo que habla de que el 24.1% de los estudiantes mostraron el indicador (1) del desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. En esta actividad se grabaron expresiones lingüísticas de los siete alumnos, tales como: “éste es más grande que el otro”, “parece que éste es el

doble”, dando evidencia del indicador (2) relativo al uso de categorías verbales que muestran el desarrollo del pensamiento proporcional cualitativo. Al conjunto formado por los siete estudiantes descritos, se le denominará el Bloque 1.

Cabe hacer mención que los alumnos que tienen experiencia en juegos computacionales, de manera natural toman una figura con el mouse y la arrastran hasta donde ellos quieren, con ello logran sobreponer figuras para identificar la figura reducida o amplificada según lo que es solicitado.

En esta actividad, el Bloque 2 está constituido por ocho de los veinte y dos estudiantes restantes, el 27.5% de alumnos, quienes arrastran figuras cumpliéndose el indicador (8) comparar directamente, referente a establecer razones y proporciones de forma intuitiva. Obsérvese que las acciones llevadas a cabo por los estudiantes también dan evidencia del indicador (3) comparar, favoreciendo el tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo.

Además, se graban comentarios de los estudiantes como: “este lado es el doble del otro” o “este lado cabe dos veces en el otro”, siendo un indicador más del tránsito del pensamiento proporcional cualitativo al cuantitativo, mostrándose la noción de razón de forma intuitiva.

Los catorce estudiantes restantes conforman el Bloque 3. Ellos no eligieron la figura amplificada mediante la visualización ni a través de la comparación directa. Además de que en las grabaciones de audio se registraron expresiones verbales que muestran dificultad para hacer la selección adecuada, como: “las tres figuras que son más grandes se parecen”, esto evidencia que el 48.2% de los alumnos no muestran un desarrollo de su pensamiento proporcional cualitativo.

Por otro lado, estos catorce estudiantes emplearon los dos intentos que les da el programa computacional interactivo para hacer la selección mediante la visualización, pero al no tener éxito, el programa computacional les proporcionó una regla virtual, con lo cual se explora su pensamiento proporcional cuantitativo. Sólo cuatro (Bloque 4) de los catorce estudiantes midieron los lados de las figuras y las compararon a través de este instrumento, identificando la figura correcta, con lo cual se verifican tanto el indicador (6) medir con instrumentos y el indicador (9) comparar indirectamente; los estudiantes al estar midiendo

obtienen valores numéricos que comparan lados con lados correspondientes, estableciendo razones de forma implícita, lo que da la entrada a establecer razones de forma explícita, con lo anterior los niños dieron evidencia de contar con los conceptos de razón y proporción de forma explícita, así, el 13.7% de los estudiantes muestran indicios del desarrollo de su pensamiento proporcional cuantitativo y el indicador (3) comparar, permite identificar el tránsito del pensamiento proporcional cuantitativo al cualitativo.

Cabe hacer mención que los otros diez estudiantes de los catorce del Bloque 3 que emplearon la regla virtual, sólo midieron uno de los lados y seleccionaron la figura que estaba al doble en el lado homólogo, pero no se percataron que tenían que medir todos los lados de la figura para compararlos con la figura que seleccionaron. Este error los llevó a no tener éxito en la selección de la figura correcta, lo que muestra que estos diez alumnos tampoco han desarrollado su pensamiento proporcional cuantitativo porque no logran establecer las proporciones de manera explícita.

C. Discusión de los resultados

Los estudiantes Bloque 1, sin lugar a duda tienen desarrollado su pensamiento proporcional cualitativo, además de dar evidencia en los dos indicadores que identifican este tipo de pensamiento.

Del Bloque 2, los estudiantes no dieron evidencia del desarrollo de un pensamiento proporcional cualitativo, sin embargo al mostrar que sí cumplían con el indicador (8) relativo a los conceptos de razón y proporción de forma intuitiva y el indicador (3) referente al tránsito entre los dos tipos de pensamiento, se puede concluir que los alumnos comienzan a desarrollar su pensamiento proporcional cualitativo y a transitar al pensamiento proporcional cuantitativo.

Es claro que los niños del Bloque 3, no han desarrollado su pensamiento proporcional. Mientras que la sección de estos estudiantes que constituyen el Bloque 4, muestran indicios del desarrollo de su pensamiento proporcional cuantitativo y del tránsito del pensamiento proporcional cuantitativo al cualitativo.

Es importante observar que algunos niños han desarrollado su pensamiento proporcional cualitativo y otros es el cuantitativo el que han desarrollado, no se puede asegurar que un tipo de pensamiento se desarrolle más que otro en niños

de once años de edad. Esto depende de las actividades de aprendizaje previas que han llevado a cabo durante su instrucción escolar, así como de sus experiencias previas en su vida cotidiana.

Pero nos parece grave que diez de los veinte y nueve niños, es decir, el 34.4%, no haya desarrollado ninguno de los dos tipos de pensamiento proporcional, situación que conduce a hacer una reflexión de tipo curricular en la educación básica de la escuela investigada.

7. Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos se puede decir que las actividades diseñadas para apoyar al estudiante en la consolidación del concepto de proporción fueron adecuadas, ya que los alumnos mostraron gran interés al trabajar con el programa computacional y tuvieron autonomía en la resolución de las tareas, ya que el maestro no les tenía que decir que compararan una figura con la otra para verificar cuál era la reducida, sino que el alumno desarrolló esa habilidad gracias a las actividades propuestas en el programa computacional; lo que conduce a inferir que desarrollaron tanto su pensamiento proporcional cualitativo como cuantitativo, ya que mostraban mucha libertad para arrastrar el mouse, usar la cuadrícula, llenar la tabla, sin que el maestro dijera todo lo que tenían que hacer. Además de que les permitió desarrollar lo visual y lo perceptual, es decir, lo que constituye su pensamiento proporcional cualitativo

El programa computacional logró que el alumno desarrollara habilidades que con el plumón y el pizarrón no logran ser desarrolladas en todos los alumnos de un grupo.

Los estudiantes que emplearon el interactivo lograron desarrollar su capacidad de descubrimiento, lo que los condujo a estar motivados para realizar lo propuesto en las actividades interactivas, lo que coincide con lo dicho en [11] y [12], ya que no era necesario que el docente sugiriera lo que el alumno tenía que hacer, los niños arrastraban con el mouse las figuras y las sobreponían para compararlas y decidir si eran proporcionales o no.

El sistema computacional apoyó el desarrollo del concepto de proporción como del pensamiento proporcional cualitativo ya que permitió al estudiante utilizar diferentes acciones computacionales ligadas a las correspondientes acciones didácticas, ambas fundamentadas en una base teórica.

Por ejemplo acciones computacionales como, arrastrar con el mouse y usar una regla virtual, inciden en las acciones didácticas de sobreponer una figura en la otra para hacer la comparación o usar un instrumento de medición. Todo de ello dependió del tipo de pensamiento proporcional que previamente habían desarrollado, ya sea cualitativo o cuantitativo.

El contar con diferentes actividades en donde las figuras aparecen de forma aleatoria, le permite al estudiante dejar de ser mecánico y darle sentido y significado a la actividad que está realizando.

8. Referencias

- [1] Piaget, J. *Psicología del Niño*. Madrid: Ediciones Morata, 1978, pp. 131-150.
- [2] Mellar, H. . Modeling students' thinking on a proportional reasoning task. *International Journal of Mathematics Education, Science and Technology*, 22, 1. 1991, 111-119
- [3] Lesh, R. y Doerr, H. M. Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching and learning. En: H. M. Doerr y R. Lesh (Eds.). *Beyond constructivism: A models and modeling perspective*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 2002.
- [4] Ruiz, E. F. Estudio de estrategias de solución y una propuesta de Enseñanza de razón y proporción. Tesis Doctoral. Cinvestav-IPN. México, 2002, 17-344.
- [5] Coll, C.. La construcción de esquemas de conocimiento en situación de enseñanza/aprendizaje. En: C. Coll (Ed.). *Psicología genética y aprendizajes escolares, (183-20)*.1983^a. Madrid: Siglo XXI.
- [6] Coll, C. Las aportaciones de la psicología a la educación: el caso de la teoría genética y de los aprendizajes escolares. En: C. Coll (Ed.). *Psicología genética y aprendizajes escolares, (15-41)*. 1983^b. Madrid: Siglo XXI.
- [7] Coll, C. Un Marco de Referencia Psicológico para la Educación Escolar: La concepción constructivista del Aprendizaje y de la enseñanza. En: C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (Eds.). *Desarrollo Psicológico y Educación. V:II. Psicología de la Educación. (435-453)*. 1990. Madrid: Alianza.
- [8] Coll, C.. *Psicología y Currículum*. México: Paidós, 1995, 118-119.
- [9] Harris J. Las Tecnologías y la Educación en la Edad Temprana; EDUTEKA, Edición 6, Consultado: octubre de 2008 de <http://www.eduteka.org/HarrisEdadTemprana.php>.
- [10] Bianchini, A. *Metodología para el desarrollo de aplicaciones educativas en ambientes multimediales*. Cap. IV, Consultado: Agosto 2008 <http://www ldc.usb.ve/~abianc/mmm.html>
- [11] Galbraith, P. y Haines, C. Disentangling the nexus: attitudes to mathematics and technology in computer learning environment. *Educational Studies in Mathematics*, 1998 Vol.36.
- [12] Gourash, N. Web-based tutorials for teaching introductory statistics. *Journal of Educational Computing Research*, 2005, vol. 33, núm. 3, pp. 309 - 325
- [13] Engelbrecht, J.; Harding, A. Teaching undergraduate mathematics on the internet. Part 1: Technologies and Taxonomy. *Educational Studies in Mathematics*, 58, 2005, 235-252.
- [14] Piaget, J. e Inhelder, B. Las operaciones intelectuales y su desarrollo. En J. Delval (Ed.), *Lecturas en Psicología del niño, I* 1978 (pp. 70-119). Madrid: Alianza Editorial.
- [15] Ruiz, E. F.. Study Of Solving Strategies And Proposal For The Teaching Of Ratio And Proportion. *Proceedings Of The Twenty-Second Annual Meeting North American Chapter Of The International Group For The Psychology Of Mathematics Education*, 2, 2000, 395-396.
- [16] Freudenthal, H. . *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Holland Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.1983, 28-33, 178-209.
- [17] Streefland, L. *Fractions in realistic mathematics education*. Tesis doctoral publicada por la Kluwer Academic Publishers. 1991, 46-134.