

Modelo No Lineal para la Óptima Generación Hidroeléctrica a Máxima Eficiencia. Un enfoque a Corto Plazo

Francisco Javier Díaz,
Antioquia, Universidad Nacional de Colombia,
Medellín, Colombia

Federico Andrés Liévano,
Antioquia, Universidad Nacional de Colombia,
Medellín, Colombia

RESUMEN

En este artículo se desarrolla un modelo no lineal para optimizar la operación de una central hidroeléctrica en el corto plazo, considerando la eficiencia técnica de las unidades de generación para el cálculo de la potencia generada. Se parte de las gráficas entregadas por los fabricantes de las turbinas, normalmente conocidas como 'Diagramas Colinares' y se formula un modelo de optimización que involucra las principales variables y restricciones de operación involucradas en el sistema. Se realiza un análisis de regresión estadístico para representar la eficiencia técnica de una turbina Francis como una función cuadrática de la cabeza neta y la descarga de agua, así como para estimar la relación cabeza-volumen para el embalse del caso de aplicación. El modelo es útil para la toma de decisiones con respecto a la descarga de agua o caudal turbinado con el objetivo de optimizar el aprovechamiento de los recursos hídricos mediante una operación eficiente en el mercado de corto plazo.

Palabras claves: Generación Hidroeléctrica, Eficiencia de las Turbinas, Descarga, Cabeza Neta, Optimización.

1. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de generación de potencia hidroeléctrica, la operación óptima del sistema es concebida como un problema complejo de optimización dinámica, estocástica, a gran escala, planteado como la toma de decisiones con respecto a la descarga de agua o caudal turbinado para la generación hidroeléctrica durante un determinado horizonte de tiempo [1]. Durante la operación de una central hidroeléctrica se deben satisfacer ciertas restricciones de balance hídrico temporal y espacial, además de restricciones técnicas tales como las capacidades de almacenamiento de agua en los embalses.

Con el vertiginoso cambio en las estructuras de los sistemas de potencia eléctrica, se ha presentado una rápida evolución de los mercados, los cuales han pasado de monopolios centralizados a esquemas en competencia [2]. Como consecuencia de esta evolución, los agentes del mercado de electricidad se han visto en la necesidad de revisar sus enfoques, estrategias y metodologías de formulación de políticas y toma de decisiones para lograr la eficiencia de sus actividades que le permitan ser cada vez más competitivos.

Esta situación ha conducido a cambios muy profundos en los procedimientos aplicados por las empresas generadoras para garantizar una operación segura y eficiente, modificando de manera significativa la forma en que obtienen sus beneficios.

En este trabajo se desarrolla un modelo no lineal para la operación óptima de una central hidroeléctrica considerando la eficiencia técnica de las unidades de generación. Este modelo se aplica a un sistema hidrotérmico simple donde se incorpora un embalse de caída media, operado por una turbina Francis y una planta termoeléctrica que respalde el déficit de generación de la planta hidroeléctrica. El objetivo de este modelo es ilustrar la proposición de que en la programación de la operación de una central hidroeléctrica es posible y conveniente considerar la eficiencia técnica de los recursos hídricos utilizados para la generación de electricidad.

2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

Múltiples estudios se han desarrollado para la optimización de la operación de sistemas hidrotérmicos. Se encuentra una gran variedad de textos en la literatura relacionados con el planteamiento de técnicas y teorías que tratan de incrementar el beneficio de los generadores. Una revisión crítica del estado del arte permite evidenciar una evolución importante con artículos clásicos como [3]-[8] que, para la resolución de este problema, aplicaron técnicas como el uso de listas de prioridad, curvas de capacidad, programación dinámica, relajación lagrangiana, y técnicas especializadas de optimización.

En los últimos años se han venido desarrollando modelos más complejos y sofisticados que permiten abordar de una manera más realista la optimalidad de este tipo de problemas. En [9] se plantea un marco de programación estocástica para maximizar los beneficios de un productor de energía hidroeléctrica que simultáneamente participa en varios mercados. En [10] se propone un método de programación dinámica para determinar un plan de generación a largo plazo para un sistema de energía compuesto por varias unidades hidroeléctricas considerando el agua como un recurso limitado. En [11] se postula la optimización estocástica para maximizar los beneficios esperados y hallar las decisiones requeridas para la operación. En [12] se utiliza un enfoque recursivo con metodologías primales y duales para resolver el problema de generación de potencia mediante un modelo de optimización entera mixta. En [13] se involucran metodologías de punto interior y se incorporan las restricciones de la red de transmisión.

Aunque la literatura relacionada con el problema es abundante, aún no se ha encontrado un enfoque donde se incorpore la eficiencia técnica de las turbinas en los modelos. En este trabajo se realiza esta aproximación y el modelo construido se muestra en el siguiente apartado.

3. FORMULACIÓN DEL MODELO

3.1 La potencia de salida

Las unidades de generación hidroeléctrica presentan un comportamiento operacional complejo. Su potencia de salida depende básicamente de tres variables: la cabeza neta, la descarga de agua a las turbinas y la eficiencia del conjunto turbina-generador. La potencia de salida p_j en Megawatts [MW] de una unidad de generación hidro-eléctrica j puede escribirse como se ilustra en la Ec. (1).

$$p_j = 9.81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_j \cdot h_j \cdot q_j \quad (1)$$

Donde η_j representa la eficiencia de las unidades, en porcentaje, como una medida adimensional; q_j la descarga de agua a la turbina, en metros cúbicos por segundo [m^3/s] y h_j la cabeza neta en metros [m].

3.2 La eficiencia técnica de las unidades

Para optimizar la operación de una turbina a su máxima eficiencia, se parte del ‘Diagrama Colinar’, Figura 1, que ilustra la eficiencia, a diferentes niveles, en términos de la cabeza neta y la descarga de agua; además, pueden observarse los parámetros de diseño, cabeza y descarga, en este caso aproximadamente 41.5 m y 264.5 m^3/s , respectivamente, donde se presenta su desempeño óptimo, asociado al punto de “máxima eficiencia” (94% en la Figura 1).

3.3 La eficiencia como una función cuadrática de la cabeza neta y la descarga de agua.

Con el objetivo de facilitar el análisis del sistema y su aplicación en la toma de decisiones, se realiza un trabajo estadístico a partir del diagrama de “Curvas Colinares” para representar la eficiencia de la turbina como una función, no lineal, de dos variables: la cabeza neta y la descarga de agua. El procedimiento estadístico desarrollado en este trabajo consiste en la formulación de una regresión no lineal múltiple de la forma de la Ec. (2).

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 h + \beta_2 q + \beta_3 h^2 + \beta_4 q^2 + \beta_5 hq \quad (2)$$

Mediante una muestra de 378 puntos tomados del ‘Diagrama Colinar’ y con el uso del paquete estadístico R, se hallan los coeficientes β_j de la ecuación de regresión ajustada (2), obteniéndose el modelo de eficiencia de la Figura 1, representado por la Ec. (3).

$$\eta = -1.37 + 0.0773 \cdot h + 0.00502 \cdot q + 0.00131 \cdot h^2 - 0.0000191 \cdot q^2 + 0.000121 \cdot h \cdot q \quad (3)$$

Dicho modelo cumplió las pruebas estadísticas requeridas para su validación. La representación en tres dimensiones del diagrama de la Figura 1 se presenta en la Figura 2.

A partir de la eficiencia como una función matemática, dada en la Ec (3), en el presente trabajo se desarrolla un procedimiento algorítmico para la optimización y la toma de decisiones relacionadas con la descarga de agua a las turbinas de manera óptima en los procesos operativos diarios (en el contexto de mercados de corto plazo con resolución diaria como es el caso del sistema Colombiano).

3.4 La relación volumen-cabeza del embalse

Múltiples análisis estadísticos realizados en varios embalses del Sistema Eléctrico Colombiano, SEC, (Porce 2, Troneras, La Tasajera, Miraflores, Guatapé y Playas, entre otros) permitieron estimar la relación volumen-cabeza. En la Ec. (4) se define el

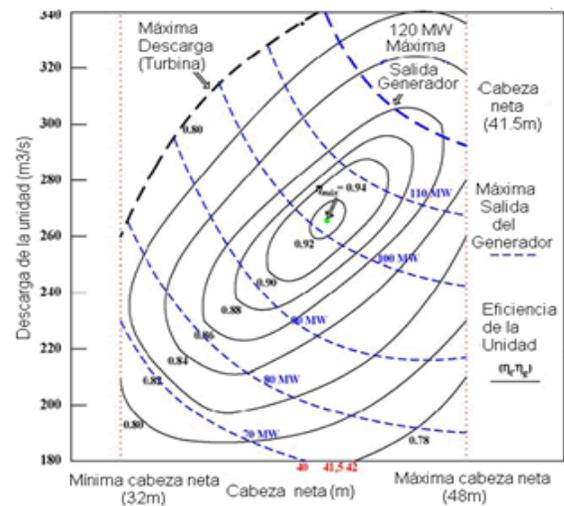


Figura 1. Diagrama Colinar de un Turbina Francis. Fuente: [14]

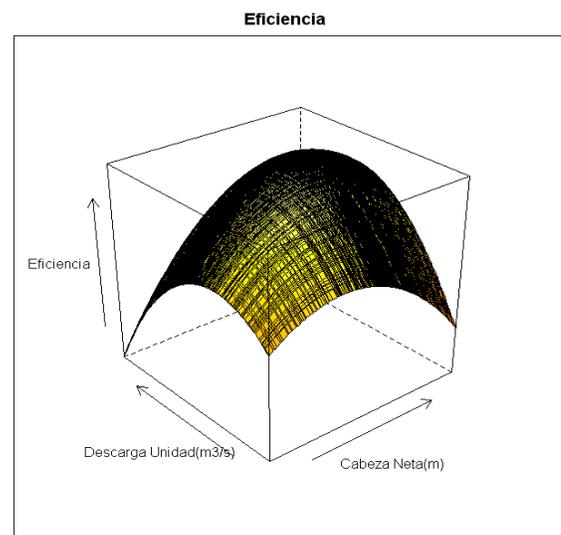


Figura 2. Resultado Estadístico en tres dimensiones del Diagrama Colinar.

4. RESULTADOS

modelo matemático que representa la cabeza neta, H_t del embalse como una función cuadrática de su volumen V_t .

$$H_t = a + b \cdot V_t + c \cdot V_t^2 \quad (4)$$

El procedimiento de estimación de los parámetros a , b y c se realiza mediante la aplicación de un modelo de regresión polinómica de grado 2 a los datos que relacionan el volumen y la cabeza del embalse específico de análisis.

3.3 Dinámica del embalse y generación de potencia

Dadas las condiciones estructurales y naturales de un embalse específico y el efecto de las condiciones hidrológicas, en este trabajo se describen las relaciones que definen la dinámica del mismo y la generación de potencia del sistema. El objetivo del modelo consiste en minimizar el déficit de generación de potencia. El modelo resumido de optimización se expresa como sigue:

$$\text{Minimizar } Z = \sum C_{\text{def}} \cdot \text{Def} \quad (5)$$

Sujeto a

$$D_t = \sum_p Gh_{p,t} + \text{Def}_t \quad (6)$$

$$V_t - V_{t-1} = (A_t) - \sum_p (Q_{p,t}) - (S_t) \cdot 0.08 \quad (7)$$

$$H_t = a + b \cdot V_t + c \cdot V_t^2 \quad (8)$$

$$\eta = -1.37 + 0.0773 \cdot h_t + 0.00502 \cdot q_{p,t} + 0.00131 \cdot h_t^2 - 0.0000191 \cdot q_{p,t}^2 + 0.000121 \cdot h_t \cdot q_{p,t} \quad (9)$$

$$Gh_{p,t} = 9.81 \cdot 10^{-3} \cdot \eta_{p,t} \cdot h_t \cdot q_{p,t} \cdot 24 \quad (10)$$

Donde:

C_{def} : Constante que determina el costo del déficit [\$/]

Def : Déficit de generación hidroeléctrica [MW]

D_t : Demanda de potencia hidroeléctrica en el periodo t . [MW].

$Gh_{p,t}$: Generación de potencia hidroeléctrica en el periodo t . [MW].

V_t : Volumen de agua almacenada en el embalse en el periodo t . [m^3/s]

A_t : Aportes hídricos al embalse. [m^3/s]

$Q_{p,t}$: Descarga de agua o caudal turbinado de la unidad p en el periodo t . [m^3/s]

S_t : Vertimiento en el periodo t . [m^3/s]

La constante 0,0864 permite la conversión de unidades de [m^3/s] a [$\text{Hm}^3/\text{día}$].

En este apartado se desarrolla una aplicación del modelo a un caso sencillo, basado en la programación mostrada en la sección anterior, donde se plantea un caso ideal de operación donde se asume un embalse de estudio con una capacidad de 10 hectómetros cúbicos y una central que posee una turbina con características de operación ajustadas al diagrama de la Figura 1. La figura 3 muestra un esquema del embalse prototipo.

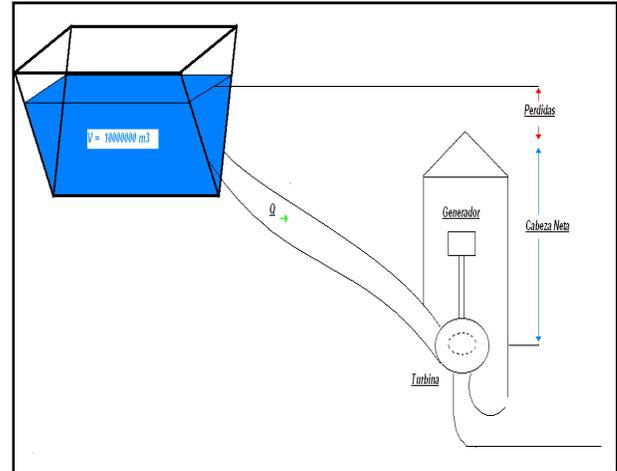


Figura 3. Embalse hipotético de operación

Para este caso sencillo y con la finalidad de chequear el comportamiento del modelo, se asoció una relación lineal volumen-cabeza y se realizó un estudio para 20 periodos de operación donde se evalúan tres escenarios hidrológicos. Uno representativo de las condiciones normales de operación donde es necesario satisfacer una demanda previamente establecida, y otros dos escenarios críticos, bajo condiciones de escasez y abundancia de agua respectivamente. Los datos de demanda y afluencia para los tres escenarios son mostrados en la tabla 1. El modelo es formulado mediante la utilización del paquete de software Sistema de Modelamiento Algebraico General, GAMS, y resuelto con el solver especializado de optimización CONOPT.

La Figura 4 presenta los gráficos de la operación óptima del sistema para todos los escenarios. Los resultados para el escenario normal, revelan una operación cuya eficiencia técnica se encuentra entre el 83 y el 93 %, una eficiencia demasiado alta para los parámetros dados. Se observa que la descarga es creciente a medida que avanza el horizonte de planeación con la respectiva disminución del nivel del embalse. El déficit fluctúa a medida que incrementa o disminuye la demanda establecida y la generación hidroeléctrica se establece en una media aproximada de 100 MW.

El valor de la función objetivo, en este caso, arrojó el valor de $Z = \$ 837.210$ que significa el costo de déficit o gasto invertido en la generación alternativa para satisfacer la demanda. En los escenarios posteriores, este valor ayudará a determinar si el modelo es razonable con el cambio de las condiciones de operación.

Tabla 3. Datos de demanda y afluencia para los tres escenarios de análisis

Periodo	Demanda de potencia [MW]	Afluencia Normal [m ³ /s]	Afluencia Húmeda [m ³ /s]	Afluencia Seco [m ³ /s]
1	190	300	320	320
2	200	200	340	300
3	190	150	360	290
4	220	200	380	280
5	230	200	370	270
6	250	317	340	240
7	320	223	390	220
8	134	134	400	204
9	215	250	380	180
10	300	310	360	160
11	140	300	340	140
12	290	200	380	130
13	200	150	350	120
14	180	200	346	110
15	230	200	357	100
16	150	317	360	130
17	320	223	330	130
18	220	134	320	120
19	255	250	310	110
20	270	310	300	100

El escenario seco revela una mayor fluctuación debido a la escasez del recurso hídrico. La eficiencia varía entre el 75% y el 85% obteniéndose muy buenos valores a pesar de las condiciones presentadas. Se obtiene una reducción significativa de los niveles de volumen y su correspondiente cabeza neta. Las descargas toman valores particulares para este escenario, donde al inicio del periodo de planeación sus valores son relativamente altos, aproximadamente de 300 m³/s; luego estas descargas bajan a niveles mínimos, cerca de 200 m³/s, y al final del horizonte comienzan un ascenso a niveles de unos 290 m³/s aproximadamente. La generación hidroeléctrica comienza con un valor máximo de 120 MW y se va estabilizando en unos 70 MW mientras avanza el periodo de planeación. Como era de esperarse el déficit es mayor que en los escenarios anteriores, generándose en la función objetivo un valor mayor de $Z = \$ 929,08$.

En el escenario húmedo, la producción de energía hidroeléctrica es máxima (120 MW) dada la gran cantidad de agua y niveles del embalse que se tienen. La eficiencia y descarga permanecen casi constantes con valores del 85% y 300 m³/s respectivamente. Se observa que el déficit es menor que en el escenario anterior y por lo tanto también disminuye el valor de la función objetivo $Z = \$ 694.400$. El resultado es razonable

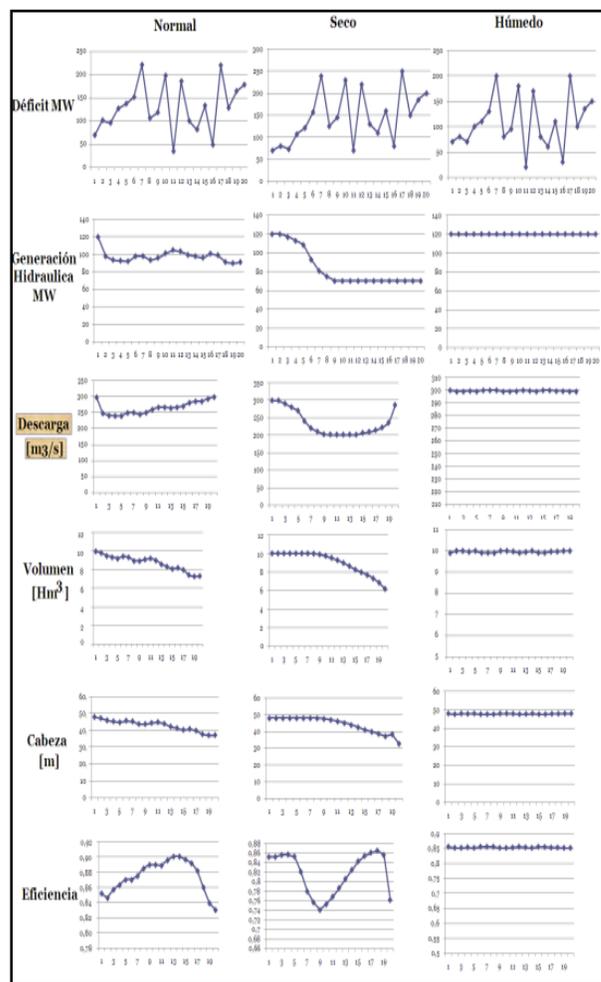


Figura 4. Operación del sistema para el escenario normal, seco y húmedo

considerando el hecho que se puede producir más energía hidroeléctrica e incurrir en menos costos relacionados con la generación de la energía alternativa necesaria para satisfacer la demanda.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este estudio se considera un enfoque complementario al tradicional, donde la modelación detallada de las características de las unidades de generación hidroeléctrica es de fundamental importancia para la planeación de su operación.

La formulación de un modelo analítico para estimar la eficiencia como una función cuadrática de la cabeza neta y la descarga de agua a las turbinas presenta la ventaja de facilitar la representación detallada del comportamiento de las unidades de generación hidroeléctrica y permitir un tratamiento matemático para encontrar una operación óptima en la generación de electricidad.

El modelo de optimización formulado se comporta adecuadamente a modificaciones de parámetros y a diferentes condiciones de los datos de entrada, lo que permite afirmar que es un modelo robusto.

En los diferentes escenarios mostrados, la eficiencia técnica posee valores altos correspondientes a una operación eficiente.

En la actualidad se desarrolla la aplicación del modelo a una central hidroeléctrica del sistema hidrotérmico colombiano. Se han obtenido resultados promisorios que confirman la validez y aplicabilidad del modelo.

REFERENCIAS

- [1] Heredia, F.J., and N. Nabona. "Optimum short-term hydrothermal scheduling with spinning reserve through network flows." *IEEE Trans. Power Syst* 10, no. 3 (1995): 1642-1651.
- [2] Velásquez, J.M., P.J. Restrepo, and R. Campo. "Dual Dynamic Programming A note on implementation." *Water Resources* 35 (1999): 34-44.
- [3] Alley, W T. "Hydroelectric Plant Capability Curves." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* 3 (Mayo - Junio 1977): 999-1003.
- [4] Salchegger, Marcus. *A new parallel discrete dynamic programming algorithm for hydro unit commitment*. Deliverable R5Z-9, University of Salzburg, Salzburg: Research Institute for Software Technology, 1995, 93.
- [5] Ouyang, Z, and S M Shahidehpour. "An intelligent dynamic programming for unit commitment application." *IEEE Transactions on power systems*, 1991: 1203-1209.
- [6] Frauendorfer, K, H Glavitsch, and R Bacher. "Optimization in Planning and Operation of Electric Power Systems." Physica -Verlag , Heidelberg, 1993.
- [7] Guan, Xiaohong, Peter Luh, and Lan Zhang. "Nonlinear Approximation Method in Lagrangian Relaxation-Based Algorithms for Hydrothermal Scheduling." *IEEE Transactions on Power Systems* 10, no. 2 (1995): 772-778.
- [8] Pereira, and Pinto. "Multistage stochastic optimization applied to energy planning." *Mathematical Programming* 52 (1985): 359-375.
- [9] Deng, Shi-Jie, Youxun Shen, and Haibin Sun. "Stochastic Co-optimization for Hydro-Electric Power Generation. Power Systems Engineering Research Center. 2004. <http://www.pserc.org/ecow/get/publicatio/2007public/hydropowercooptimdeng.pdf> (accessed Agosto 5, 2006).
- [10] Legalov, D I, and S I Palamarchuk. "Hydro Generation Scheduling with Electricity Price Calculation." *IEEE Power Tech*, 2005: 27-30.
- [11] Valenzuela, Jorge, and Mainak Mazumdar. "Probabilistic unit commitment under a deregulated market." *Annual Approach University of Pittsburgh*, Pittsburgh, 2005.
- [12] Dentcheva, D, R Gollmer, A Moller, W Romisch, and R Schultz. "Solving the Unit Commitment Problem in Power Generation by Primal and Dual Methods." Report of German Federal ministry of Education, Science, Research and Technology (BMBF), Berlin, 2008.
- [13] Correa, Carlos Adrián, Ricardo Andrés Bolaños, and Alejandro Garcés Ruiz. "Métodos no lineales de puntos interiores aplicados al problema del despacho hidrotérmico." *Scientia et technica* XIII, no. 034 (Mayo 2007): 91-96.
- [14] Finardi, E.C., and E.L. Da Silva. "E.C. Solving the Hydro Unit Commitment Problem via Dual Decomposition and Sequential Quadratic Programming." *IEEE Tran Power Syst* 21 (2006): 835-843.