

Cibernética de 3er orden aplicada a un Sistema de Distribución de Lácteos en una Empresa de Bogotá mediante un Modelo de Optimización

Oscar J. HERRERA

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de La Salle
Bogotá, Cundinamarca 111711, Colombia

Julio A. LÓPEZ

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de La Salle
Bogotá, Cundinamarca 111711, Colombia

Astrid V. NARANJO

Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de La Salle
Bogotá, Cundinamarca 111711, Colombia

RESUMEN

En el presente artículo se describe la estructura de la *Cibernética de 3er orden* (C3) y su aplicación a un sistema de distribución de derivados lácteos en una empresa en Bogotá Colombia mediante el uso de un modelo de optimización basado en *Programación Entera Mixta*. Se comenzó por definir la estructura del C3 y como a través de este se diseñó el respectivo modelo matemático y sus escenarios de experimentación de forma que se pudiera dar un eficiente uso de los recursos en la operación de distribución. Dentro de esto se evidencio la importancia de la interacción de los flujos de análisis del C3 para poder definir adecuadamente el modelo de optimización, estableciéndose así que, al contemplar el uso diferenciado de vehículos para la operación logística de distribución, se disminuye el costo total de dicha operación en 105 dólares por semana, representando el 6% de ahorro frente al modo convencional de operación de dicha empresa.

Palabras Claves: Cibernética de Tercer Orden, Modelo de Optimización, Gestión Logística y Alimentos Lácteos.

1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad es cada vez más común el uso de estrategias analíticas para la toma de decisiones a nivel organizacional [1] de ahí la importancia de las herramientas como la cibernética en la cual se usan las propiedades de la comunicación teniendo en cuenta los supuestos de la organización [2], en donde se emplean los elementos de primer orden para el análisis de los sistemas basado en la teoría clásica de la cibernética [3] y [4]. De esta forma, se puede llevar a cabo la aplicación de esta área del conocimiento a las organizaciones para entender mejor su funcionamiento y así mismo usar las técnicas como la optimización para la toma de decisiones en pro de su mejoramiento productivo. Por ello en este trabajo, se desarrolló una aplicación en este sentido teniendo en cuenta algunas aplicaciones al respecto; así por ejemplo en [5] se

propone un modelo fundamentado en la cibernética de tercer orden, en el cual se describen los componentes participantes en la gestión de conocimiento y su articulación en ciclos de realimentación, a través del flujo de información en compañías de la cadena productiva de cuero en Bogotá. Por otro lado, en [6] se enfocó el análisis del sistema desde la cibernética mediante planear y corregir los desvíos de las actividades productivas a través de la formulación de cuatro subsistemas: a) toma de decisiones, b) planeación, c) información y d) ejecución sus subsistemas.

2. MARCO DE REFERENCIA

Cibernética de Tercer Orden

La cibernética estudia el comportamiento de diferentes sistemas (humanos, máquinas, animales) basado en los ciclos de control en donde el concepto central es la variación en el comportamiento [3], la cual está relacionada estrechamente a la teoría de control, las comunicaciones y la información [7] pero también se ha visto que a través del tiempo ésta es usada para la descripción, diagnóstico y diseño de los sistemas de administración.

Comúnmente se encuentra en la cibernética ciclos de primer y segundo nivel; el primer nivel habla acerca del control del flujo de información y/o materiales, el segundo nivel implica el flujo de información e imaginario de la empresa conocido como planeación estratégica. En la cibernética de segundo orden se identifica el efecto que tiene el observador sobre el sistema observado [8] así como los ciclos de control para los ciclos de primer orden.

Como se aprecia en la figura 1, la innovación del primer orden consistió en usar la ingeniería de control usado en las máquinas creadas por el hombre a máquinas biológicas y sociales, el segundo orden agregó el efecto del observador sobre el objeto observado, y el tercer orden añade el ámbito en el que se mueve el sistema.

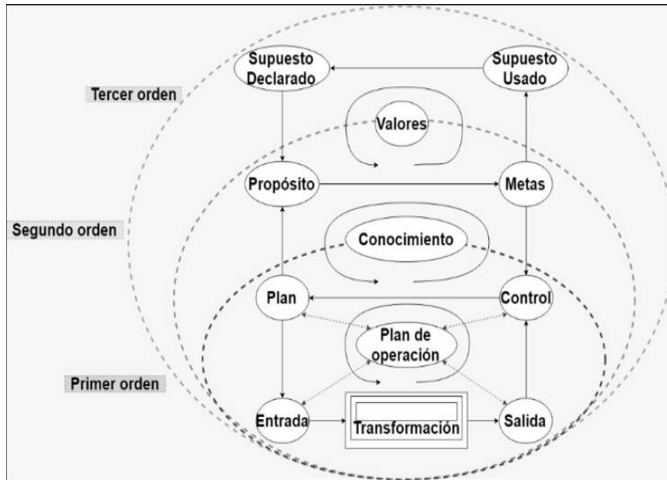


Fig 1. Sistema Cibernético de Tercer Orden

Basados en [7], para cada uno de estos elementos encontramos un circuito de realimentación; para el primer orden en el primer nivel están incluidos los elementos del piso 1 y 2, de modo que se cumpla con el principio básico de la cibernética: las entradas están afectadas por las salidas; para el ciclo de realimentación de primer orden en el segundo nivel se tiene el mismo comportamiento, el nodo que se tome como entrada estará afectado por su nodo respectivo de salida; el circuito de realimentación del segundo orden incluye parte del circuito de primer orden, primer nivel y parte del circuito de primer orden de segundo nivel, la secuencia es esta: nodo de control de entrada, transformación, salida; nodo de comparación, de plan, de propósitos, de metas y de plan, y por último se llega al inicio, que es el nodo de control de entradas. Por último, la realimentación del tercer orden va de supuestos a propósitos, metas y de nuevo a supuestos. Ver figura 2.

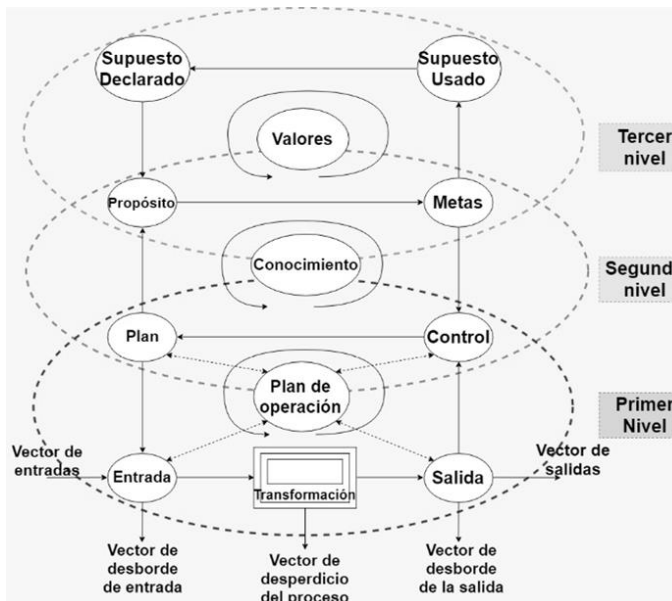


Fig 2. Sistema Cibernético de Tercer Orden por niveles

Los primeros hacen referencia al control del flujo de información y materiales, los segundos implican el flujo de información e imaginario de la empresa, los cuales pueden concebirse como la misión, visión, planes y propósito de la

empresa. También se pueden encontrar ciclos de control de segundo orden, que refieren los ciclos de control para los ciclos de primer orden, es decir, los controles que se ejercen sobre los otros controles. En la tabla 1 se describen cada uno de los nodos establecidos por niveles.

Tabla 1. Descripción de los nodos de la cibernética de 3er orden

Nodo	Descripción
Vector de entradas	Todo aquello que entra al sistema para su funcionamiento, sea tangible o intangible.
Nodo de entrada	Se define la información que entra al sistema con base en los datos obtenidos.
Vector desborde de entrada	Hace referencia a los recursos que no ingresan efectivamente al sistema.
Nodo de Transformación	Se enfoca en todo aquello que viene del nodo de entrada y que se transforma.
Vector de desperdicio del proceso	Identifica los recursos que se pierden durante la operación.
Nodo de salida	Permite la salida de los recursos ya transformados
Vector de desborde de la salida	Son aquellos elementos que se pierden debido al control de la salida.
Vector de salida	Elementos deseados que salen del sistema de manera efectiva.
Nodo de control	Compara y evalúa la información de la salida con la información del plan de acción.
Nodo de plan	Describe todo lo necesario para el funcionamiento de la operación y toma la información del nodo de control para planificar acciones de mejora.
Nodo de Objetivos	Contiene el propósito, el porqué de la operación del sistema.
Nodo de Metas	Desagrega la información contenida en el nodo de objetivos en términos más específicos.
Nodo de Supuesto usado	Indica los fundamentos que rigen todo el sistema.
Nodo de Supuesto declarado	Contiene todo aquello que es emitido al exterior por el sistema.

Modelos de Optimización

En su concepción más general, la optimización es el área de conocimiento relativa al desarrollo y estudio de métodos y técnicas para la solución de problemas matemáticos que tengan una función objetivo sujeta a otras funciones restricción [9], además se centra en seleccionar de un conjunto de alternativas posibles a la mejor de ellas basado en algún criterio de decisión [10]. La optimización es la base en diversas disciplinas del conocimiento, como son: investigación de operaciones, administración, finanzas,

sistemas, etc., utilizada en el diseño, análisis y toma de decisiones en diversos sistemas [11]. También es denominada programación matemática y hace parte del área de Investigación de Operaciones, donde se debe optimizar una función con restricción de recursos limitados [12].

Por otro lado, los métodos de optimización se clasifican en exactos y heurísticos. Los primeros son aquellos métodos que garantizan encontrar la solución óptima de la instancia a resolver [11], mientras que los segundos son técnicas que generan soluciones factibles mediante una exploración limitada del espacio de búsqueda en periodos de tiempo moderados para su ejecución [13]. Cabe señalar, que se prefiere utilizar un método exacto a uno heurístico para resolver un problema, siempre y cuando, este exista, y su orden esté acotado polinomialmente.

Es así que unas de las técnicas más usadas dentro de los métodos exactos es la *Programación Lineal (PL)* y *Programación Entera (PE)*. La primera es una técnica de la programación matemática u optimización, la cual se utiliza para resolver un modelo matemático compuesto por una función objetivo lineal y un conjunto de restricciones también lineales; adicionalmente, en este modelo todas las variables decisión asumen un valor no negativo en el dominio de los reales donde se busca encontrar la mejor mezcla de actividades: cuales fomentar y a que niveles [14].

Por otro lado, la Programación Entera se diferencia de la PL; ya que no satisface la propiedad de divisibilidad, o sea donde las variables de decisión asumen valores enteros [15]. De otra forma, se tiene dentro de esta técnica el uso de variables adicionales de tipo binario para el uso de activación o desactivación de condiciones al modelo frente a un requerimiento específico del sistema, dándole así la connotación a la técnica de Programación Entera Mixta (PEM) [16], [17].

El uso de estas técnicas dentro de la investigación de operaciones es más recomendable en niveles operativos de las organizaciones, no tanto en niveles estratégicos [18], para lo cual están ligadas generalmente a los siguientes pasos para su desarrollo y aplicación [17]:

- Definición del problema de interés y recolección de datos relevantes.
- Formulación de un modelo matemático que represente el problema.
- Desarrollo de un procedimiento basado en computadora para derivar una solución para el problema a partir del modelo.
- Prueba del modelo y aplicación de acuerdo con las necesidades (experimentación).
- Preparación para la aplicación del modelo prescrito por la administración.
- Implementación

3. CONTEXTO DE APLICACIÓN

El diseño de un modelo basado en *Programación Entera Mixta* se usó para planear la asignación de productos lácteos a distribuir en una empresa en Bogotá Colombia, agrupándose los productos en tres familias: Yogurt, Leche y Quesos. En la

figura 3, se observa que esta empresa cuenta con 52 grandes clientes distribuidos por toda la ciudad siendo estos; centros comerciales y tiendas especializadas. Esto se hace desde dos plantas (CD₁ y CD₂) que no están en la ciudad contando con dos centros de transbordo (CT₁ y CT₂), para llevar a cabo la distribución a los clientes ya mencionados teniendo en cuenta el menor costo posible.



Fig 3. Ubicación de Plantas, Centros de Transbordo y Clientes.

Las variables y parámetros del modelo se establece de manera canónica en la tabla 2.

Tabla 2. Aspectos de entrada del Modelo de Optimización

Subíndices:	Parámetros:
i = Plantas	- Costos unitarios: C _{lij} , C _{lik} , C _{lkj} , C _{ljk}
j = Clientes	- Costos Fijos: CF _{fij} , CF _{fik} , CF _{fjk} , CF _{maxij} , CF _{maxkj} , CF _{fik}
k = Centros de Transbordo	Demandas: bl _j , bl _k
l = Producto	Capacidades: ali, alk
Variables:	
- Unidades de Producto: S _{lij} , T _{lik} , U _{lkj} , Z _{ljk}	
- De activación Binarias: S _{ij} , Y _{ik} , V _{ij} , W _{kj}	

La minimización de Costos variables se representa en la ecuación (1) o Función objetivo.

$$\begin{aligned}
 \text{Min } CT = & \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{lij} * S_{lij} + \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o C_{lik} * T_{lik} \\
 & + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n C_{lkj} * U_{lkj} + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{r=1}^o C_{lkr} * Z_{lkr} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Esta minimización está sujeta a las siguientes restricciones:

Restricción de oferta para el CD i . La ecuación (2) asegura que la suma de todos los productos que salen de los CD será como máximo la cantidad que estos pueden producir u ofertar.

$$\sum_{j=1}^n S_{lij} + \sum_{k=1}^o T_{lik} \leq a_{li} \quad \forall i, l \quad (2)$$

Restricción de balance de flujo. Garantiza que todo lo que llega o se produce (si tiene oferta) en cada CT sea equivalente a lo que es distribuido a los Clientes o a otros CT (si tienen demanda) según sea el caso a través de la ecuación (3).

$$\sum_{j=1}^n U_{lkj} + \sum_{k'=1}^o Z_{lkk'} - \sum_{i=1}^m T_{lik} + \sum_{k'=1}^o Z_{k'k} = a_{lk} - b_{lk} \quad \forall l, k \quad (3)$$

Restricción de Demanda por cliente. Se requiere que la demanda sea suplida en su totalidad sin excepción, para esto se utiliza la ecuación (4).

$$\sum_{i=1}^m S_{lij} + \sum_{k=1}^o U_{lkj} = b_{ij} * V_{ij} \quad \forall l, i, j \quad (4)$$

Restricción de conectividad CD a CT. Una de las características propias de este modelo es que cada cliente solamente sea servido por un origen para cada tipo de producto, es decir que un origen debe abastecer a un destino con el total que requiera de un mismo tipo de producto, pero cada tipo de producto puede provenir de distinto origen, esto es lo que se espera con la ecuación (5).

$$\sum_{i=1}^m V_{ij} + \sum_{k=1}^o W_{kj} = 1 \quad \forall j \quad (5)$$

Restricción de activación del Costo Fijo. El transporte desde cada posible origen a cada destino activará un costo fijo asociado por el uso del camión, peajes, pago al distribuidor, etc. Este costo entonces dependerá de la ruta elegida, en la ecuación (6) se activa el costo fijo asociado al transporte desde cada CD a cada Cliente, la ecuación (7) activa el costo fijo asociado al transporte desde cada CD a cada CT y de la misma manera en la ecuación (8) se activa el costo fijo asociado al transporte desde cada CT a cada cliente.

$$\sum_{l=1}^p S_{lij} \leq M * V_{ij} \quad \forall i, j \quad (6)$$

$$\sum_{l=1}^p T_{lik} \leq M * Y_{ik} \quad \forall i, k \quad (7)$$

$$\sum_{l=1}^{+p} U_{lkj} \leq M * W_{kj} \quad \forall k, j \quad (8)$$

Restricción costo fijo máximo permitido. Se establece un máximo de recursos para gastar en la distribución de productos dependiendo de la trayectoria elegida, de esta manera en la ecuación (9) se establece un máximo costo para el transporte desde los CD a los Clientes, en la ecuación (10) el máximo costo fijo permitido para el transporte desde los CT a los clientes y en la ecuación (11) se establece el costo fijo máximo permitido para el transporte desde los CD a los CT.

$$\sum_{j=1}^n CF_{ij} * V_{ij} \leq CF_{max}(i-j)_j \quad \forall i \quad (9)$$

$$\sum_{j=1}^n CF_{kj} * W_{kj} \leq CF_{max}(k-j)_k \quad \forall k \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n CF_{ik} * Y_{ik} \leq CF_{max}(i-k)_i \quad \forall i \quad (11)$$

Restricción de viajes máximos del vehículo. Se establece un máximo de viajes disponibles para el transporte según sea la ruta elegida, ya sea desde los CD a los Clientes directamente a través de la ecuación (12), desde los CD a los CT representado en la ecuación (13) o desde los CT a los Clientes en la ecuación (14). Para el caso de aplicación se incluyeron estas restricciones no con el fin de restringir el sistema, sino que se usó una cantidad máxima de viajes relativamente grande con el objetivo de conocer la cantidad necesaria de recorridos para abastecer la demanda con el menor costo en el periodo de referencia.

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n S_{lij} * \frac{P_l}{Capv} \right) \leq Maxv(i-j) \quad (12)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o T_{lik} * \frac{P_l}{Capv} \right) \leq Maxv(i-k) \quad (13)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n U_{lkj} * \frac{P_l}{Capv} \right) \leq Maxv(k-j) \quad (14)$$

Restricción No negatividad. Las cantidades a transportar desde un destino a un origen nunca pueden ser menores a cero, esto se corrobora a través de la ecuación (15).

$$S_{lij}, T_{lik}, U_{lkj}, Z_{lkk'} \geq 0 \quad (15)$$

Por ultimo las variables de activación de costos fijos deberán ser binarias cumpliendo la condición

$$Y_{ik}, V_{ij}, W_{kj} = \text{Binaria}$$

Los parámetros de optimización fueron los costos unitarios de transporte y distribución. Por otro lado, el modelo fue desarrollado en el aplicativo GAMS teniéndose 424 variables de decisión con 694 restricciones.

4. CIBERNÉTICA DE 3er ORDEN USANDO UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN

Para el uso efectivo del modelo descrito anteriormente y específicamente en el ítem (d) de su aplicación, se tomó como referente lo definido por la cibernética de 3er orden estableciéndose dos escenarios a partir del modelo original como modelos de experimentación que podrán ser aplicados dependiendo de los objetivos de la empresa teniendo en común que los tres casos buscan minimizar los costos de transporte. Cada escenario deja en evidencia la evolución que se produce cada vez que la gerencia requiere un cambio en las propuestas obtenidas en el nodo de salida redefiniéndose así el sistema. En la figura 4 se evidencia esta aplicación.

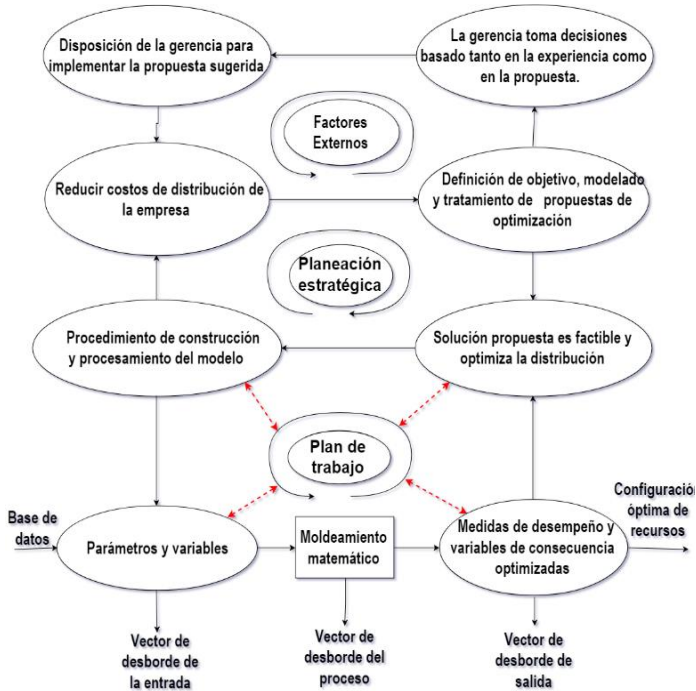


Fig 4. Sistema Cibernético de 3er Orden aplicado a la distribución de una Empresa de Lácteos en Bogotá

Descripción de la estructura del C3 aplicado en el contexto de este trabajo.

A continuación, se detallan cada uno de los elementos que hace parte de la cibernética por niveles aplicada al contexto de esta investigación, comenzando por la definición de las relaciones e interacciones entre sí para cada uno de estos elementos. Esto se observa en la figura 5.

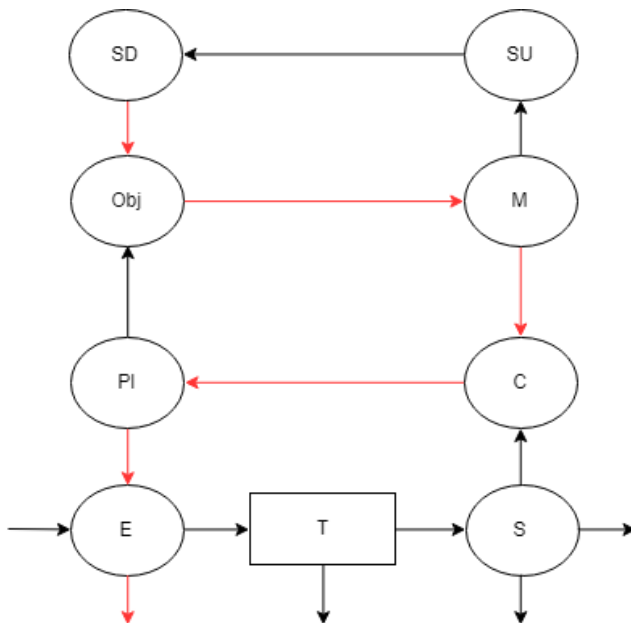


Fig 5. Secuencia de relaciones para el análisis del C3 aplicado

Nodo de entrada (E): Nodo de selección de información que está relacionada al problema de distribución, donde se definen las variables y parámetros relevantes

(capacidad de instalaciones, costos fijos y variables, distancias relacionadas a las rutas, limitaciones de presupuesto, demandas estimadas, tipos de productos, plazos de distribución, portafolio de clientes, etc.)

Nodo de Transformación (T): Reúne la información sobre el transporte de productos y optimiza las variables a través de un modelo de programación entera mixta de minimización de costos.

Nodo de salida (S): Se obtienen las medidas de desempeño y variables de consecuencia optimizadas que conforman la propuesta de configuración de recursos para la distribución.

Nodo de control (C): Verifica que la configuración de recursos para la distribución extraída por los valores del nodo de salida sea acorde a lo establecido en el plan, es una comprobación de que el modelo esté representando la realidad del contexto de la empresa de manera suficientemente precisa y factible, se debe revisar las salidas y si no cumple, debe ajustarse el plan y volver a diseñar.

Nodo de plan (PI): Se establecen los pasos a seguir para el desarrollo y aplicación de modelos de optimización basado en [17].

Nodo de Objetivos (Obj): El fin último al que se quiere llegar es determinar el plan de transporte y distribución al menor costo posible configurando correctamente las rutas y cantidades en el sistema de transporte de la empresa.

Nodo de Metas (M): Establecer el propósito a partir del interés de la gerencia y decidir el tipo de recurso a minimizar (en este caso costos unitarios y fijos de transporte para la distribución); definir los parámetros y variables; determinar el método de solución apropiado para modelar el sistema matemáticamente (PEM) y encontrar óptimos, probar distintos escenarios, y finalmente validar y comparar resultados.

Nodo de Supuesto Declarado (SD): Se espera que la gerencia quien será el actor que realmente tomará una decisión esté dispuesta a aceptar las propuestas que fueron resultado de los diferentes escenarios modelados y optimizados matemáticamente.

Nodo de Supuesto Usado (SU): El modelo matemático se compone de variables enteras y binarias, ósea es un modelo de Programación Entera Mixta. Generalmente la gerencia no toma decisiones basada en la propuesta del modelo matemático, sino que se sirve de su previa experiencia y conocimiento de los factores que atañen a la empresa. Como supuesto declarado se encuentra la disposición de la gerencia de implementar la propuesta planteada donde se contempla la inclusión de costos fijos en la función objetivo, así como tener en cuenta el uso diferenciado de vehículos dentro del sistema interno de transporte para la toma de decisiones. Esto hace que haya un cambio en todo el sistema empezando por los objetivos, el cual incluiría ahora costos fijos de transporte y uso de vehículos con diferentes capacidades; el cambio en este nodo generaría un cambio en las metas, lo que crea un cambio en los criterios el cual retroalimenta a los planes y de los planes se pasa a las entradas en las cuales se toma la información acerca de todos los costos fijos contemplados en el transporte y uso de vehículos, los cuales entran en el sistema. Lo anterior se muestra en la figura 4 denotado en color rojo.

Vector de desborde de la salida: La gerencia puede considerar que las salidas que conforman la propuesta realizada por el analista no sean factibles de aplicar para la empresa por barreras no consideradas en el modelo.

Vector de salida: Compone la estrategia que será implementada de manera que el 8w y distribución de los productos se desarrolle con una disminución en los costos totales.

Vector desborde de entrada: Pueden existir muchos datos organizacionales que no sean requeridos para el problema a tratar por lo que no se considerarán como información útil, como el tráfico, inventarios, etc.

Vector de entradas: Representa todos los datos que posee la organización ya sea en documentos físicos o base de datos virtual.

Vector de desperdicio del proceso: Existe información que sirve para hallar valores derivados pero que no será usada de manera directa dentro de los parámetros del modelo como son horarios de entrega, congestión vehicular, etc.

Luego se realimentará el circuito, desde el nodo de entradas, transformación, salidas, control, y de nuevo se revisará el nuevo plan de manera que el propósito se esté cumpliendo y habiéndose cumplido cada meta se espera que el supuesto usado sea el mismo que indica el supuesto declarado.

De esta retroalimentación basada en la estructura de la cibernética de 3er orden, es que se establecieron cambios en el modelo evaluando dos escenarios sobre el sistema. El primero contempla costos fijos en el criterio de optimización y el segundo el uso de camiones con capacidad diferenciada (heterogénea), esto con el fin de incluir el propósito de establecer de manera específica la forma óptima en que debe hacerse el transporte y distribución según la variación de la capacidad de entrega a través de flota diferenciada de vehículos.

Estos escenarios se pueden ver reflejados a través de los siguientes cambios en el modelo:

Escenario 1. Adición de Costos Fijos en la F.O.

En este escenario, se mantienen los parámetros, variables y restricciones del anterior escenario, pero la función objetivo incluye el cálculo de costos fijos para que ahora sea tenida en cuenta directamente en el resultado de costos totales de distribución tal como se representa en la ecuación (16).

$$\begin{aligned} \text{Min CT} = & \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{lij} * S_{lij} + \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o C_{lik} * T_{lik} \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n C_{lkj} * U_{lkj} + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{k'=1}^n C_{lkk'} * Z_{lkk'} \\ & + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n CF_{ij} * V_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o CF_{ik} * Y_{ik} \\ & + \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n CF_{kj} * W_{kj} \quad (16) \end{aligned}$$

Aquí se incluyen costos fijos con su respectiva decisión de activación a través de variables binarias.

Escenario 2. Adición de Vehículos.

Para comenzar se definieron las variables de decisión y parámetros que caracterizan el funcionamiento del sistema como se observa en la tabla 3.

Tabla 3. Aspectos de entrada del Modelo de Optimización

Variables:	Parámetros:
Unidades de Producto: Sv1,2lij, Tv1,2lik, Uv1,2lkj, Zv1,2lk	Costos unitarios: Clij, Clic, Clkj, Clk.
De activación Binarias: Sv1,2ij, Yv1,2ik, Vv1,2ij, Wv1,2kj	Costos Fijos: CFij, CFik, CFkj, CFmaxij, CFmaxkj, CFik
	Demandas: blj, blk
	Capacidades: ali, alk

La minimización de costos totales se representa en la ecuación (17) o Función objetivo.

$$\begin{aligned} \text{Min CT} = & \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Clij1 * Sv1lij \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o Clk1 * Tv1lik \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n Clkj1 * Uv1lkj \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{k'=1}^n Clkk'1 * Zv1lkk' \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^n CFv1ij * Vv1ij + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o CFv1ik * Yv1ik \\ & + \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n CFv1kj * Wv1kj + \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Clij2 * Sv2lij \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o Clk2 * Tv2lik + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n Clkj2 * Uv2lkj \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n Clkk2 * Zv2lkj + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o CFv1kk * Zv1kk \\ & + \sum_{l=1}^p \sum_{j=1}^n CFv2ij * Vv2ij + \sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n CFv2kj * Wv2kj \\ & + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o CFv2ik * Yv2ik + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o CFv2kk * Zv2kk \quad (17) \end{aligned}$$

Dadas las restricciones modificadas y diferenciando el tipo de vehículo a usar, se tienen las siguientes restricciones:

Restricción de oferta. Ecuación (18)

$$\sum_{j=1}^n Sv1_{ij} + \sum_{k=1}^o Tv1_{ik} + \sum_{j=1}^n Sv2_{ij} + \sum_{k=1}^o Tv2_{ik} \leq a_{li} \quad \forall i, l \quad (18)$$

Restricción de balance de flujo. Ecuación (19)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n Uv1_{lkj} + \sum_{k'=1}^o Zv1_{lkk'} - \sum_{i=1}^m Tv1_{lik} - \sum_{k'=1}^o Zv1_{k'k} \\ + \sum_{j=1}^n Uv2_{lkj} + \sum_{k'=1}^o Zv2_{lkk'} - \sum_{i=1}^m Tv2_{lik} \\ - \sum_{k'=1}^o Zv2_{k'k} = a_{lk} - b_{lk} \quad \forall l, k \quad (19) \end{aligned}$$

Restricción de Demanda. Ecuación (20)

$$Sv1_{lij} + Uv1_{lkj} + Sv2_{lij} + Uv2_{lkj} = b_{ij} \quad \forall i, j \quad (20)$$

Restricción de conectividad. Ecuación (21)

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m Vv1_{ij} + \sum_{k=1}^o Wv1_{kj} + \sum_{i=1}^m Vv2_{ij} + \sum_{k=1}^o Wv2_{kj} \\ = 1 \quad \forall j \quad (21) \end{aligned}$$

Restricción costo máximo permitido. Ecuación (22), (23) y (24)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n CFv1_{ij} * Vv1_{ij} + \sum_{j=1}^n CFv2_{ij} * Vv2_{ij} \\ \leq CFv2_{max(i-j)}_j \quad \forall i \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n CFv1_{kj} * Wv1_{kj} + \sum_{j=1}^n CFv2_{kj} * Wv2_{kj} \\ \leq CFv2_{max(k-j)}_k \quad \forall k \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n CFv1_{ij} * Vv1_{ij} + \sum_{j=1}^n CFv2_{ij} * Vv2_{ij} \\ \leq CFv2_{max(i-k)}_i \quad \forall i \quad (24) \end{aligned}$$

Restricción de activación del Costo Fijo para cada posible trayectoria y tipo de vehículo. ecuaciones (25) a (30)

$$\sum_{l=1}^p Sv1_{lij} \leq M * Vv1_{ij} \quad \forall i, j \quad (25)$$

$$\sum_{l=1}^p Sv2_{lij} \leq M * Vv2_{ij} \quad \forall i, j \quad (26)$$

$$\sum_{l=1}^p Tv1_{lik} \leq M * Yv1_{ik} \quad \forall i, k \quad (27)$$

$$\sum_{l=1}^p Tv2_{lik} \leq M * Yv2_{ik} \quad \forall i, k \quad (28)$$

$$\sum_{l=1}^p Uv1_{lkj} \leq M * Wv1_{kj} \quad \forall k, j \quad (29)$$

$$\sum_{l=1}^p Uv2_{lkj} \leq M * Wv2_{kj} \quad \forall k, j \quad (30)$$

Restricción de viajes máximos del vehículo 1. Ecuaciones (31) a (33)

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Sv1_{lij} \right) * \frac{Pl}{Cv1} < Maxv1 \quad (31)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o Tv1_{lik} \right) * \frac{Pl}{Cv1} < Maxv1 \quad (32)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n Uv1_{lkj} \right) * \frac{Pl}{Cv1} < Maxv1 \quad (33)$$

Restricción de viajes máximos del vehículo 2. Ecuaciones (34) a (36)

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Sv2_{lij} \right) * \frac{Pl}{Cv2} < Maxv2 \quad (34)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^o Tv2_{lik} \right) * \frac{Pl}{Cv2} < Maxv2 \quad (35)$$

$$\sum_{l=1}^p \left(\sum_{k=1}^o \sum_{j=1}^n Uv2_{lkj} \right) * \frac{Pl}{Cv2} < Maxv2 \quad (36)$$

Restricción de No negatividad. Ecuación (37)

$$Sv1_{lij}, Tv1_{lik}, Uv1_{lkj}, Zv1_{lkk'}, Sv2_{lij}, Tv2_{lik}, Uv2_{lkj}, Zv2_{lkk'} \geq 0 \quad (37)$$

Con las variables $Yv1_{ik}, Vv1_{ij}, Wv1_{kj}, Yv2_{ik}, Vv2_{ij}, Wv2_{kj}$ de tipo Binarias.

Los costos como resultado de correr cada uno de los tres modelos, tanto el original sin costos fijos junto con los de cada escenario se muestran en la figura 6.

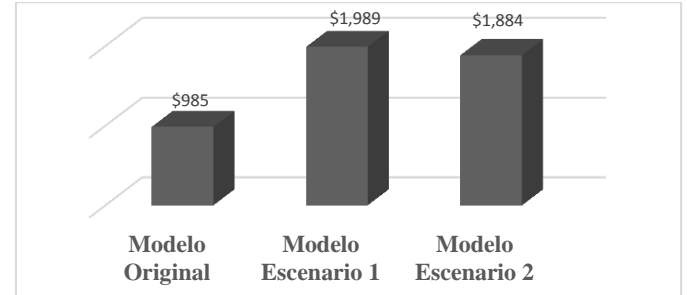


Fig 6. Costos en Dólares por Escenarios del Modelo

Aquí se puede observar que los costos en el modelo original son un 50% menor al promedio de los costos totales en los dos escenarios propuestos, ya que no se asumen costos fijos en la función objetivo. Ahora, de acuerdo a lo establecido por la gerencia y según el proceso del C3, los escenarios 1 y 2 muestran de forma más completa la operación de distribución optimizada ya que se incluyen costos fijos y el uso diferenciado de vehículos con lo cual y como era de esperarse, se tiene un incremento en los costos totales de distribución, evidenciándose que el escenario 2 es mejor no solo porque tiene 6% menos en los costos totales comparado con el escenario 1 -incluyendo costos fijos-, sino porque se obtiene una solución más acorde al uso de los recursos de capacidad de distribución al incluir el vehículo apropiado en cuanto a tamaño se refiere para el transporte y distribución según las demandas específicas de los clientes, optimizándose así todos los recursos asociados a esta operación.

Una comparación más detallada de estos resultados a nivel cuantitativo se aprecian en la tabla 4 que se presenta a continuación:

Tabla 4. Resultados Cuantitativos de los Escenarios Evaluados

Indicador	Escenarios		
	Sin costos fijos	Con costos fijos	Diferenciando uso de vehículos
Costo total de la Operación	\$874,03 USD + Costos Fijos no contemplados = \$1.655,81 USD	\$1.754,04 USD	\$1.650,72 USD
Costos fijos	\$781,78 USD	\$572,48 USD	\$530,08 USD
Cantidad total de viajes	93 en total: 89 son viajes de CD a Clientes, 2 viajes de CD a CT y 2 viajes de CT a Clientes.	171 en total: 11 viajes de CD a Clientes, 80 viajes de CD a CT y 80 de CT a Clientes.	141 en total: 6 viajes usando el vehículo tipo 1 de CD a Clientes, 52 viajes usando el vehículo tipo 2 de CD a CT y 85 viajes usando el vehículo tipo 1 de CT a Clientes.
Capacidad de planta usada en CD ₁	87.59%	89.23%	89.23%
Capacidad de planta usada en CD ₂	94.44%	91.99%	91.99%

5. CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo son consecuencia del uso y análisis desde la cibernética de tercer orden C3, el cual parte por establecer el propósito de reducir costos totales para tener una mejor y más clara idea de lo que le cuesta a la compañía realizar su operación logística de distribución. Luego de definir las variables de decisión a incluir en el modelo, -con lo cual se añadió en el modelo costos fijos y uso de vehículos diferenciados por su capacidad- se obtuvo una solución que fuera más acorde con el plan de trabajo en el contexto de la estructura de control de la cibernética de tercer orden C3 ejercida sobre la de primer orden C1, y de esta manera se pudo definir un modelo adecuado que evaluara los costos totales y el uso de las capacidades productivas de distribución para la empresa en estudio. De esta manera, se obtuvo como resultado final la optimización en el uso de los recursos para la distribución de los productos lácteos en la ciudad de Bogotá.

De otra forma, este análisis y su aplicación es novedoso dado lo reciente de la cibernética de 3er orden y más teniendo en

cuenta el uso de la técnica de investigación de operaciones para la toma de decisiones productivas basado en el C3, puesto que no es común encontrar en la literatura este tipo de aplicaciones, con lo cual y como se evidencio en los resultados, da muy buenos desempeños a la hora de evaluar los diversos experimentos o escenarios como uso de los modelos de optimización para tomar decisiones a nivel productivo. Estos resultados son validados a nivel operativo por el uso eficiente de la capacidad de los vehículos al mantener mayor ocupación de los espacios disponibles por tipo de vehículo y por la asignación adecuada a las diferentes zonas de distribución acorde a la demanda específica de los clientes evidenciándose en el ahorro de 105 dólares semanales en los costos totales de distribución.

6. BIBLIOGRAFÍA

- [1] O. J. Herrera Ochoa y I. D. Romero Fonseca, «Model of Transshipment and Routing Applied to the Cargo Sector in Small and Medium Enterprises of Bogotá, Colombia,» **International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering**, pp. 621 - 627, 2018.
- [2] W. A. Pinzón Rueda y N. A. Nova Arévalo, Cibernética de tercer orden y su aplicación a la telefonía móvil, Bogotá: **Universidad Distrital Francisco José de Caldas**, 2011.
- [3] W. R. Ashby, An introduction to cybernetics, Londres: **Chapman & Hall Ltd**, 1957.
- [4] S. Beer, Cybernetics and management, Reino Unido, 1964.
- [5] J. E. Rocha González, W. A. Pinzón Rueda y V. H. Medina García, «Gestión de conocimiento en cadena productiva de cuero curtido, una visión desde la cibernética,» de **Proceedings IV Congreso Internacional de Gestión Tecnológica e Innovación**, Cartagena, 2014.
- [6] C. A. Rojas Rodríguez y P. Aguilar Marín, «Metodología sistémica-cibernética para elaborar estructuras organizacionales dinámicas: aplicación a empresa de distribución de agua potable,» **Ciencia y Tecnología**, pp. 95-110, 2013.
- [7] C. A. Arango Londoño y W. A. Pinzon Rueda, «Sistema de producción Toyota usando cibernética de tercer orden,» **Épsilon**, pp. 175-195, 2014.
- [8] M. Yolles, Organization as complex systems: An introduction to knowledge cybernetics, Liverpool: **Editorial Edad**, 2006.
- [9] P. M. Pardalos y M. G. Resende, Handbook of applied optimization, Oxford, Reino Unido: **Oxford University Press**, 2002.
- [10] A. Ramos, P. Sánchez, J. M. Ferrer, J. Barquín y P. Linares, Modelos matemáticos de optimización, Madrid: **Comillas**, 2010.
- [11] R. A. Mora Gutierrez, *Diseño y desarrollo de un método heurístico basado en un sistema socio-cultural de creatividad para la resolución de problemas de*

optimización continuos no lineales y diseño de zonas electorales, Mexico DF: **Universidad Autónoma de Mexico**, 2013.

- [12] J. J. Salazar Gonzalez, Programación matemática, Tenerife. España: **Ediciones Díaz de Santos**, 2001.
- [13] J. Fuentes Vidal, M. Parra León y H. A. Gutiérrez, «Método heurístico para el problema de ruteo de vehículos aplicado a la empresa distribuidora Representaciones Continental,» **Gestión & Sociedad**, vol. 1, n° 7, pp. 171-186, 2014.
- [14] F. S. Hillier y M. S. Hillier, Métodos cuantitativos para administración, México D. F.: **McGraw-Hill**, 2008.
- [15] Y. Bermúdez Colina, «Aplicaciones de programación lineal, entera y mixta,» **Actualidad y Nuevas Tendencias**, pp. 85-104, 2011.
- [16] J. R. Montoya Torres, J. López Franco, S. Nieto Isaza, H. Felizzola Jiménez y N. Herazo Padilla, «A literature review on the vehicle routing problem with multiple depots,» **Computers & Industrial Engineering**, p. 115–129, 2015.
- [17] F. S. Hillier y G. J. Lieberman, Introducción a la investigación de operaciones, **McGraw-Hill**, 2010.
- [18] G. D. Eppen, F. J. Gould, C. P. Schmidt, J. H. Moore y L. R. Weatherford, Investigación de operaciones en la ciencia administrativa, México: **Prentice Hall**, 2000.