

Aplicação De Morfologia Matemática E Equações Diferenciais Na Extração De Malha Viária Em Imagens Digitais

E. Antonio da SILVA, F. LEONARDI, V.S. Santiago LEONARDI, G. Pina CARDIM

Depto. de Cartografia – FCT UNESP
Presidente Prudente – SP – 19060-900, Brasil
silva.erivaldo@gmail.com,leonardibr@gmail.com,

Abstract

A country that has the continental dimensions as Brazil needs have a solid cartographic base to take important decisions about urban planning and consequently to all national territory. To realize conventional surveys with the intention of minimize the outdated, the price would be a lot expensive. Thinking in unexpensive methods and fast, with the intention of minimize this outdated, the Remote Sensing Images are contributing to minimize this problem. Amongst many tools of Digital Processing Images – DPI, was used in this paper the partial differential equations (PDEs) were used in the smoothing phase of the images, since the model proposed by Barcelos and Chen softens an image without compromising the contours of the features contained in the scene. Afterwards, the morphological operators were used with the purpose of eliminating undesirable features and extracting the features of interest. These contemplating the theory of Mathematical Morphology. It's has as Mathematical Morphology has as objective to improve visually the usually the original image quality and to extract the relevant information. Considering that Morphological operators use grays level as the major recognition pattern, the proposal of this research is to apply previously in the segmentation process. Mathematical Morphology tools are connected in the Matlab software. The extracted features can be used in conventional processes of updating cartographic products. The obtained results are positives and showed the use potential of mathematical morphology theory in Cartography.

Palavras-chave: morfologia matemática, características cartográficas, atualização, morfologia matemática, feições cartográficas, desatualização.

1 INTRODUÇÃO

Existem muitas áreas com recobrimento cartográfico desatualizado no Brasil. Métodos alternativos, rápidos e de baixo custo que auxiliem na atualização são extremamente importantes.

As imagens de sensoriamento remoto podem ser consideradas como uma fonte de dados para estudos em muitas áreas, tais como a cartografia, planejamento urbano, agricultura e meio ambiente. Tal uso pode ser justificado pela rapidez, eficiência, periodicidade na obtenção dos dados e pelo custo.

Sensoriamento Remoto é uma importante ferramenta nas tarefas de atualização de produtos cartográficos. Outro importante componente é a técnica de Processamento Digital de Imagens (PDI), na qual envolve o apoio de manipulação de imagens digitais pelo computador.

Neste trabalho, utilizou-se as Equações Diferenciais Parciais (EDP), junto com a teoria da Morfologia Matemática (MM), para extração de pistas de rodagens.

Nesse sentido, o uso de PDE no processamento de imagem de sensoriamento remoto, associado às técnicas de morfologia matemática produz resultou satisfatório para a extração de estradas, já que se utilizam modelos de EDP e operadores morfológicos adequados.

O modelo de EDP utilizado no pré-processo da imagem neste trabalho foi desenvolvido por Barcelos e Chen (2000). Este modelo, parte de uma única estrutura, formulado a partir do modelo de Malik e Perona. Embora simples, o modelo de Malik e Perona é de grande importância, a idéia principal sugere uma suavização seletiva da imagem, onde a difusão é mais intensa em regiões homogêneas e menos em regiões de arestas.

Através de substituições e adições de termos, o modelo de Barcelos e Chen explora as estruturas de EDPs obtendo resultados superiores.

Os resultados obtidos foram interessantes e confirmaram o potencial de uso das ferramentas na extração de feições que podem ser utilizadas em processos de atualização de produtos cartográficos.

2 OBJETIVO

O principal objetivo deste trabalho é comprovar o potencial do uso das Equações Diferenciais Parciais e da Teoria da Morfologia Matemática no PDI para a extração da feição de interesse, contida na imagem orbital aplicando operadores morfológicos sobre a imagem com a finalidade de testar a eficiência dos mesmos na obtenção de resultados. Espera-se através dos resultados obtidos, que o uso das ferramentas em imagens digitais seja encarado como um método aplicável em atividades de Cartografia de forma corrente.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Morfologia Matemática: A Morfologia Matemática teve origem a partir das pesquisas conjuntas de *G. Matheron* e *J. Serra*, em 1964. As primeiras noções teóricas foram estabelecidas no período de 1964 e 1968, juntamente na época em que foi criado o Centro de Morfologia Matemática na Escola de Minas de Paris localizada em Fontainebleau (França).

Segundo *SOILLE* (1999), a Morfologia Matemática (MM) pode ser definida como uma teoria para análise de estruturas espaciais. É chamada de morfologia porque visa analisar a forma dos objetos. É matemática no sentido que a análise está baseada na teoria de conjuntos, integrais geométricas e álgebra booleana. Porém, a MM não é apenas uma teoria, mas também uma poderosa técnica de análise de imagens.

O método de análise de imagens por Morfologia Matemática tem como objetivo principal analisar a estrutura geométrica das imagens a partir de uma malha retangular definida e conhecida, denominada elemento estruturante.

Toolbox: A “toolbox” é um conjunto específico de arquivos que têm como plataforma o MATLAB e é composta de operadores morfológicos, desenvolvida pela *SDC Information System*.

Elemento Estruturante: Segundo *FACON (1996)*, o elemento estruturante é um conjunto completamente definido e conhecido (forma, tamanho), o qual é comparado, a partir de uma transformação, ao conjunto desconhecido da imagem. O resultado desta transformação permite avaliar o conjunto desconhecido. Essa ferramenta também dispõe de algumas vantagens como à simplicidade de implementação. Neste trabalho foi utilizado o elemento estruturante na forma de máscara em cruz (*secross*), e de máscara cheia (*sebox*). As figuras 1 e 2 apresentam os elementos estruturantes utilizados.

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Fig. 1: Máscara em forma de cruz

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Fig. 2: Máscara cheia

Operadores morfológicos básicos: A erosão binária de um conjunto X por um elemento estruturante B é denotada por $\varepsilon_B(X)$ e é definido como a posição dos pontos, x , tal que B está incluído em X quando sua origem está localizada em x (*SOILLE, 1999*):

$$\varepsilon_B(X) = \{x | B_x \subseteq X\} \quad (1)$$

O elemento estruturante B_x corresponde ao elemento estruturante B centrado no pixel x . Segundo a equação (1), o elemento estruturante B desliza sobre a imagem X , comparando cada pixel com a vizinhança de x . Se o pixel de B corresponder à mesma posição na vizinhança de x preserva-se os pixels onde as vizinhanças coincidem.

Em geral, a erosão binária apresenta os seguintes efeitos em seus resultados: diminuição de partículas, eliminação dos grãos de tamanho inferior ao tamanho do elemento estruturante, aumento dos buracos e permite a separação de grãos próximos (*FACON, 1996*). Como exemplo na figura 3:

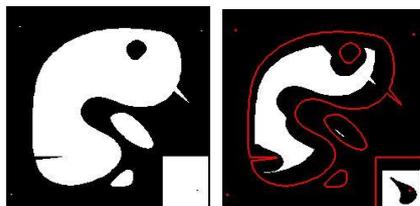


Fig. 3: Resultado da aplicação do operador erosão binária

A dilatação binária de um conjunto X pelo elemento estruturante B é denotada por $\varepsilon_B(X)$ e é definida como a posição dos pontos x tal que B toca X quando sua origem coincide com x (*SOILLE, 1999*):

$$\delta_B(X) = \{x | B_x \cap X \neq \emptyset\} \quad (2)$$

Por esta definição, segundo (*FACON 1996*), o elemento estruturante B_x , posicionado e centrado em cada pixel x de X , verifica uma possível interseção com a vizinhança de x . Caso seja verdadeiro, o ponto central na imagem resultante será um pixel relevante (1), caso contrário será irrelevante (0).

A aplicação desse operador produz os seguintes efeitos: aumenta os objetos da imagem, preenche pequenos buracos e conecta objetos próximos (*FACON, 1996*). Como demonstra a figura 4:

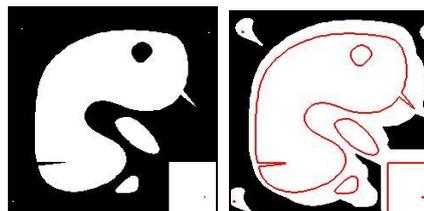


Fig. 4: Resultado da aplicação do operador dilatação binária.

A partir dos operadores básicos todos os demais operadores morfológicos podem ser construídos.

Equações diferenciais parciais: A equação numérica do modelo BC será explicitada utilizando métodos numéricos baseados em diferenças finitas.

Para discretizar as variáveis x e y de u , foi usada a malha retangular:

$$(x_i, y_j) = (x_0 \pm ih, y_0 \pm jk), i, j = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Particularmente, está sendo considerado $k = h$ o que torna a malha regular em (x, y) . Como as imagens possuem dimensão $m \times n$, será discretizada a região Ω em uma malha de $m \times n$ pontos igualmente espaçados, isto é, de passo constante igual a 1 (Figura 5).

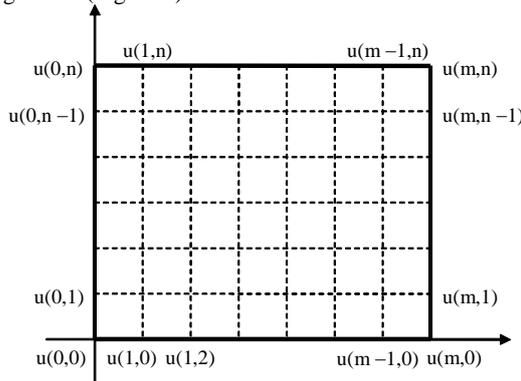


Fig. 5: - Malha de $m \times n$ pontos

Assim, obtêm-se as seguintes equações de diferenças relativas às derivadas parciais da função $u(x, y)$, onde admite-se $h = 1$. De acordo com Cunha (2000):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x \cong u(x+1, y) - u(x, y) = u_{i+1, j} - u_{i, j}$$

fórmula avançada

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x \cong u(x, y) - u(x-1, y) = u_{i, j} - u_{i-1, j}$$

fórmula atrasada

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x \cong \frac{u(x+1, y) - u(x-1, y)}{2} = \frac{u_{i+1, j} - u_{i-1, j}}{2}$$

fórmula centrada

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_y \cong u(x, y+1) - u(x, y) = u_{i, j+1} - u_{i, j}$$

fórmula avançada

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_y \cong u(x, y) - u(x, y-1) = u_{i, j} - u_{i, j-1}$$

fórmula atrasada

$$\frac{\partial u}{\partial y} = u_y \cong \frac{u(x, y+1) - u(x, y-1)}{2} = \frac{u_{i, j+1} - u_{i, j-1}}{2}$$

fórmula centrada

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = u_{x, y} = (u_x)_y \cong \frac{(u_x)_{j+1} - (u_x)_{j-1}}{2} \cong \frac{\frac{u_{i+1, j+1} - u_{i-1, j+1}}{2} - \frac{u_{i+1, j-1} - u_{i-1, j-1}}{2}}{2} = \frac{u_{i+1, j+1} - u_{i-1, j+1} - u_{i+1, j-1} + u_{i-1, j-1}}{4}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = u_{xx} \cong u_{i+1, j} - 2u_{i, j} + u_{i-1, j}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u_{yy} \cong u_{i, j+1} - 2u_{i, j} + u_{i, j-1} \quad (4)$$

De acordo com a regularidade da malha relativa à discretização da região Ω , deve-se notar que para os pontos interiores, isto é, os delimitados pelos contornos, foram usadas aproximações para a primeira derivada os operadores de diferenças centradas (Figura 6).

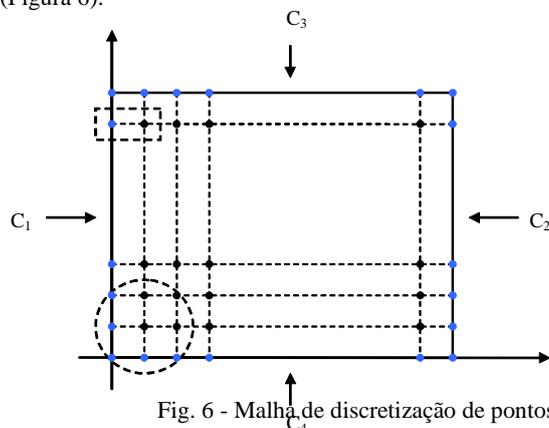


Fig. 6 - Malha de discretização de pontos

Como pode ser observado, os pontos necessários para o uso de diferenças centradas estão presentes e bem definidos na malha de discretização. Por outro lado, para as regiões de contorno não existem pontos suficientes para aplicação de diferenças

centradas, assim deve-se utilizar nas aproximações para a primeira derivada o operador de diferenças avançadas (Figura 6 – regiões C1 e C4) e o de diferenças atrasadas (Figura 6 – regiões C2 e C3).

O modelo estudado neste trabalho consiste em equação da forma $u_t = L(u)$. A solução para essa EDP deve ser encontrada para

todos os pontos discretos da malha (x_i, y_j) no tempo t_n . Nas próximas seções, serão apresentadas as discretizações de cada um dos termos presentes na equação do modelo.

Utilizando o operador de diferenças avançadas no tempo tem-se:

$$u_t \cong \frac{u_{i, j}^{n+1} - u_{i, j}^n}{\Delta t}$$

Mas

$$u_t = L(u_{i, j}^n)$$

Então

$$\frac{u_{i, j}^{n+1} - u_{i, j}^n}{\Delta t} = L(u_{i, j}^n) \Rightarrow u_{i, j}^{n+1} = \Delta t L(u_{i, j}^n) + u_{i, j}^n \quad (5)$$

Discretização do Produto de Convolução

Na equação diferencial parcial utilizada no modelo, verifica-se a presença da função $g(|\nabla G_\sigma * u|)$ definida por:

$$g(|\nabla G_\sigma * u|) = \frac{1}{1 + k|\nabla G_\sigma * u|^2} \quad (6)$$

Onde k constante a qual deve ser avaliada numericamente nos pontos da malha. A essência do argumento da função g está no produto de convolução que representa uma “média” de valores dos pontos da malha circunvizinhos a u.

Um problema que surge quando se trabalha com convoluções é que a teoria para o cálculo destes produtos foi desenvolvida para funções de domínio infinito, enquanto as imagens são em geral finitas. Assim, para implementações numéricas de convoluções, os domínios devem ser adaptados para malha discretizada de pontos principalmente no que se refere a função u a qual deve ser convoluída com o núcleo Gaussiano.

Uma solução para este problema é criar extensões para u, isto é,

gerar valores para $u(i, j)$ fora do domínio discreto de pontos onde u está definida e assim usar um algoritmo numérico para o produto de convolução geralmente dado por um somatório.

Uma forma mais conveniente, do ponto de vista computacional,

de discretizar o produto de convolução $G_\sigma * u$ pode ser obtida através da regra de Simpson para o cálculo de integrais, como será descrito a seguir.

Como mencionado anteriormente, este produto representa uma “média” de valores de pontos vizinhos de (x, y) . Considere essa vizinhança como sendo a região dada pelo retângulo:

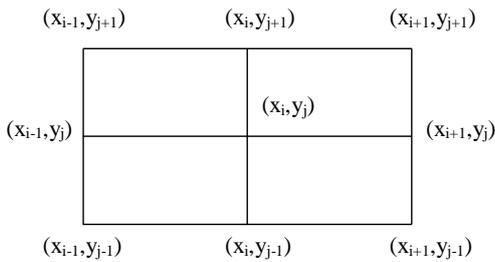


Fig. 7- Conjunto de pontos usados no produto de convolução

Assim, para calcular o produto de convolução relativo ao ponto (x_i, y_j) deve-se calcular a seguinte integral:

$$(f * g)(x_i, y_j) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x_i - x, y_j - y) g(x, y) dx dy \quad (7)$$

Dessa forma, o cálculo do produto de convolução resume-se ao cálculo numérico de integrais. Para calcular estas integrais será usada a regra de Simpson dada por:

Regra de Simpson: (Cunha, 2000) Seja $f(x)$ uma função definida

$$x_0 = a, x_1 = \frac{a+b}{2} \text{ e } x_2 = b$$

no intervalo $[a, b]$ e sejam

Então a regra de Simpson para a aproximação da integral

$\int_a^b f(x) dx$ é dada por:

$$\int_{x_0}^{x_2} f(x) dx = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

$$- \left(\frac{h^5}{90} \right) f^{(4)}(\beta), x_0 < \beta < x_2$$

$$\text{onde } h = x_1 - x_0 = x_2 - x_1 \text{ e } - \left(\frac{h^5}{90} \right) f^{(4)}(\beta)$$

é a expressão do erro cometido na aproximação.

Assim, utilizando a regra de Simpson, tem-se:

$$I_1 = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{3} \left[f(x_i - x_{i-1}, y_j - y) g(x_{i-1}, y) + 4f(x_i - x_i, y_j - y) g(x_i, y) + \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \left[f(x_i - x_{i+1}, y_j - y) g(x_{i+1}, y) \right] \right\} \\ = \frac{1}{6} \left[f(1, y_j - y) g(x_{i-1}, y) + 4f(0, y_j - y) g(x_i, y) + \right. \\ \left. f(-1, y_j - y) g(x_{i+1}, y) \right]$$

Segue que:

$$I_2 = \frac{1}{12} \int_{-1}^1 \left[f(1, y_j - y) g(x_{i-1}, y) + \right. \\ \left. 4f(0, y_j - y) g(x_i, y) + \right. \\ \left. f(-1, y_j - y) g(x_{i+1}, y) \right] dy \\ + f(1, y_j - y) g(x_{i-1}, y) dy + \\ = \frac{1}{12} \int_{-1}^1 \frac{1}{12} \int_{-1}^1 \frac{1}{12} \int_{-1}^1 f(-1, y_j - y) g(x_{i+1}, y) dy \quad (8)$$

Aplicando novamente a Regra de Simpson para determinar as integrais acima, tem-se:

$$I_2 = \frac{1}{12} \left\{ \frac{1}{3} \left[f(1, y_j - y_{j-1}) g(x_{i-1}, y_{j-1}) + \right. \right. \\ \left. \left. 4f(1, y_j - y_j) g(x_{i-1}, y_j) + \right. \right. \\ \left. \left. f(1, y_j - y_{j+1}) g(x_{i-1}, y_{j+1}) \right] \right. \\ \left. + \frac{4}{3} \left[f(0, y_j - y_{j-1}) g(x_i, y_{j-1}) + \right. \right. \\ \left. \left. 4f(0, y_j - y_j) g(x_i, y_j) + \right. \right. \\ \left. \left. f(0, y_j - y_{j+1}) g(x_i, y_{j+1}) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{3} \left[f(-1, y_j - y_{j-1}) g(x_{i+1}, y_{j-1}) + \right. \right. \\ \left. \left. 4f(-1, y_j - y_j) g(x_{i+1}, y_j) + \right. \right. \\ \left. \left. f(-1, y_j - y_{j+1}) g(x_{i+1}, y_{j+1}) \right] \right\} \\ = \frac{1}{36} \left[f(1,1) g(x_{i-1}, y_{j-1}) + \right. \\ \left. 4f(0,1) g(x_i, y_{j-1}) \right. \\ \left. f(-1,1) g(x_{i+1}, y_{j-1}) + \right. \\ \left. 4f(1,0) g(x_{i-1}, y_j) \right. \\ \left. + 16f(0,0) g(x_i, y_j) + 4f(-1,0) g(x_{i+1}, y_j) + \right. \\ \left. f(1,-1) g(x_{i-1}, y_{j+1}) + 4f(0,-1) g(x_i, y_{j+1}) \right. \\ \left. + f(-1,-1) g(x_{i+1}, y_{j+1}) \right] \quad (9)$$

Logo, uma expressão numérica para o cálculo de $G_\sigma * u$ é dada por:

$$(f * g)(x_i, y_j) = I_2$$

Considerando $f(x_i, y_j) = G_\sigma(x_i, y_j)$ e $g(x_i, y_j) = u(x_i, y_j) = u_{i,j}$, tem-se:

$$(G_\sigma * u)(i, j) = \frac{1}{36} \begin{cases} G_\sigma(1,1)u_{i-1,j-1} + \\ G_\sigma(-1,1)u_{i+1,j-1} + \\ G_\sigma(1,-1)u_{i-1,j+1} + \\ G_\sigma(-1,-1)u_{i+1,j+1} \end{cases}$$

$$+16G_{\sigma}(0,0)u_{i,j} + \left. \begin{array}{l} G_{\sigma}(0,1)u_{i,j-1} + G_{\sigma}(1,0)u_{i-1,j} + \\ G_{\sigma}(-1,0)u_{i+1,j} + G_{\sigma}(0,-1)u_{i,j+1} \end{array} \right\} \quad (10)$$

Fazendo $CV(x, y) = (G_{\sigma} * u)(x, y)$ e utilizando o operador de diferenças centradas para o cálculo das derivadas parciais de primeira ordem de CV tem-se:

$$\frac{\partial CV}{\partial x} \cong \frac{CV(x+1, y) - CV(x-1, y)}{2} = d_1$$

$$\frac{\partial CV}{\partial y} \cong \frac{CV(x, y+1) - CV(x, y-1)}{2} = d_2$$

$$\nabla(G_{\sigma} * u) = \left(\frac{\partial CV}{\partial x}, \frac{\partial CV}{\partial y} \right) \quad (11)$$

Assim,

4. ÁREA TESTE

Para a realização deste trabalho foram utilizadas duas sub-imagens contendo trecho do Rodoanel Mário Covas localizado na cidade de São Paulo – SP. A imagem que contém as duas sub-imagens é do satélite QuickBird e foi adquirida em dezembro de 2010. A figura 8 ilustra as sub-imagens utilizadas como áreas teste.

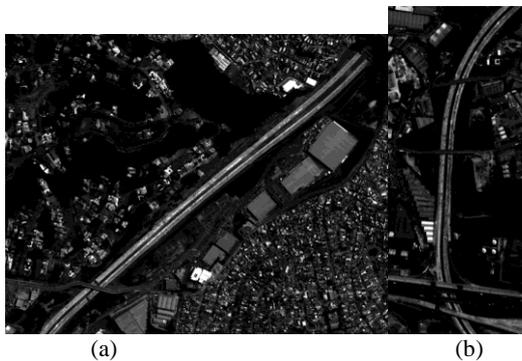
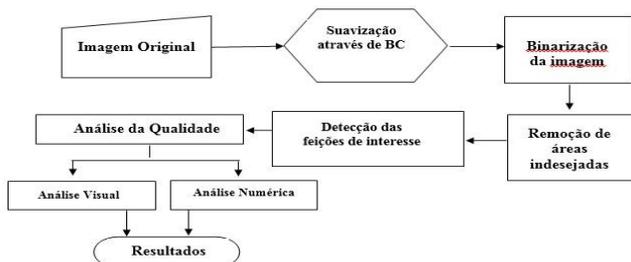


Fig. 8: Sub-imagens utilizadas

5. MÉTODO

O trabalho consistiu na proposição de modelo de suavização, sendo utilizado o modelo de Barcelos e Chen juntamente com uma rotina morfológica para a extração das pistas de rodagens. A metodologia proposta pode também ser aplicada em processos de atualização cartográfica. Foi utilizada a “toolbox” de Morfologia Matemática acoplada ao software MATLAB 7.0 para a aplicação dos operadores utilizados. A figura 9 apresenta o fluxograma



com as etapas do processo.

Fig. 9: Fluxograma do processo

Operadores utilizados: Os operadores utilizados neste trabalho foram:

- *Binary; Neg; Dil; Areaopen; Ero e, Areaclose*

O operador *Binary* é uma função que converte uma imagem em tons de cinza (F) em uma imagem binária comparando cada pixel com o limite escolhido (A). Os valores dos pixels abaixo do limiar (A) estão todos associados a zero (0) e até um máximo de resolução radiométrica da imagem. A expressão 3 demonstra matematicamente o operador

$$X_{k1}(f)(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(x) \geq k1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

O operador *neg* realiza a inversão dos tons na imagem já binarizada.

Temos ainda a aplicação de abertura e fechamento da imagem que é realizada pelos operadores *areaopen* e *areaclose*, estes por sua vez são empregados para limpeza de ruídos indesejados na imagem, preservando apenas a feição de interesse. Para sua aplicação neste trabalhos temos que realizar a dilatação (*dil*) da imagem e posteriormente a sua contração (*ero*), esse processo é utilizado para que seja preservado o máximo da veracidade da imagem.

6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Cada um dos três termos na equação tem uma função específica. O objectivo do primeiro termo é suavizar ambos os lados de uma região de fronteira, com a realização de um mínimo de suavizar o contorno. O segundo termo serve para reduzir o processo de suavização perto do limite e o último termo é a aproximação da solução para a imagem original.

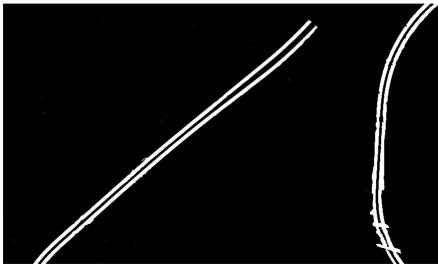
Depois de alisar a imagem, foi binarizadas com limite de 110 e 95, ou seja, foi transformado em tons de preto e branco. Os valores de pixel que estão abaixo do limiar devem assumir o valor 0 (preto) e os valores que estão acima o valor 1 (branco).

A fim de remover o restante da área em torno da rodovia foram aplicados operadores morfológicos de abertura e fechamento. Estes operadores, visam eliminar qualquer componente com área menor que um valor especificado em uma imagem binária.

Após a remoção das áreas indesejadas foi detectada a rodovia. O resultado de extração é mostrado na figura 10 (a) e (b).

A análise pode ser realizada visualmente por imagens sobrepostas, e também numericamente, através de um software específico.

Neste trabalho foi verificada a qualidade do processo de extração das feições, por meio do uso de métricas. Os resultados são mostrados nas Figuras 11 e 12.



(a) (b)

Fig. 10: Imagem após a aplicação do operador *mmareaopen*

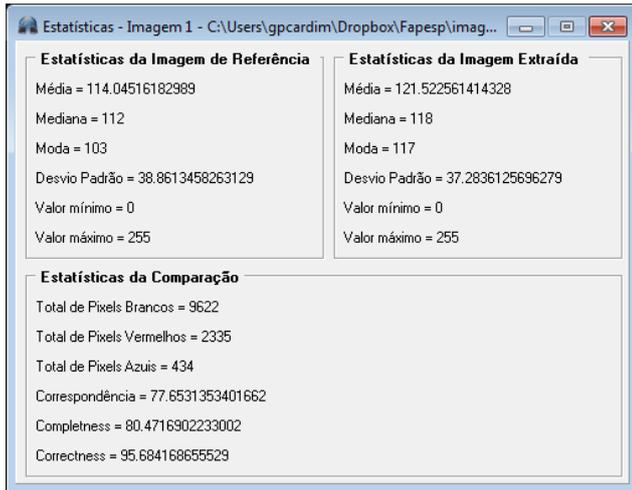


Fig. 11: Resultado da análise da imagem (a)

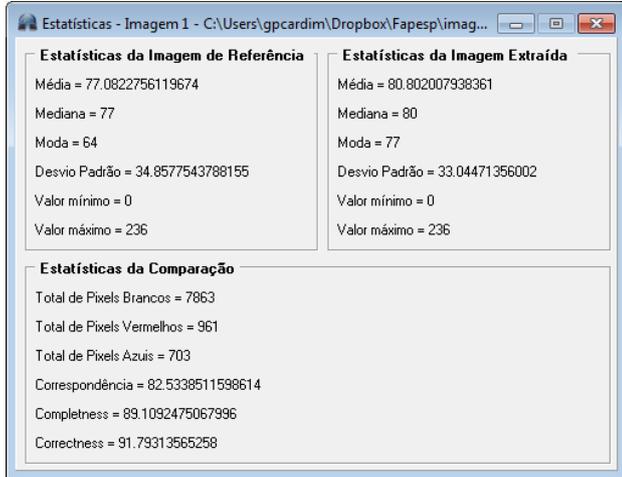


Fig 12: Resultado da análise da imagem (b)

Dessa forma, para a avaliação da qualidade do processo extração de feições cartográficas é necessária uma imagem de referência. Esta é utilizada como base para os demais cálculos estatísticos realizados para dar base ao usuário a determinar a qualidade da extração realizada pelo método.

Por isso, na análise dos resultados são necessários dois arquivos, a imagem de referência, que no caso é a imagem original e a imagem final do processo de detecção de feições por morfologia. O usuário deve selecionar amostras da feição de interesse na imagem original para que seja realizada a análise de correspondência entre as duas imagens.

Pode-se considerar como correspondência (C) entre as imagens o valor da razão entre o TB e a soma de TB com TA e TV em porcentagem. O percentual de correspondência pode ser obtido através da seguinte fórmula:

$$C = \left(\frac{TB}{TB + TA + TV} \right) \times 100 \quad (11)$$

Onde,

TB representa o total de pixels brancos presentes na imagem final do processo de detecção, que correspondem aos pixels extraídos corretamente;

TV o total de pixels vermelhos, que correspondem aos pixels não detectados na extração;

TA o total de pixels azuis presentes na imagem final do processo de detecção, que correspondem aos pixels extraídos que não fazem parte da feição de interesse;

6 CONCLUSÕES

A partir do resultado obtido, é possível concluir que foi alcançado o objetivo de suavizar a imagem através de um modelo EDP e realizar a extração das feições de interesse com os operadores morfológicos.

O modelo proposto por Barcelos e Chen teve um bom resultado para a suavização da imagem. É possível ver que as extremidades da região de interesse (neste caso as estradas) são conservados enquanto a imagem é suavizada. Do ponto de vista computacional, a utilização de equações diferenciais parciais é favorecida devido à característica de equações explícitas, para além da grande quantidade de métodos numéricos na literatura.

A extração das feições de interesse pela morfologia matemática também foi bastante satisfatório, resultando em boas detecções de bordas e eixos das faixas.

A escolha dos limiares utilizados nas funções deve ser feita com muito critério, porque se eles não forem bem escolhidos, o resultado do processo de extração pode não conter todas as feições de interesse presentes na imagem.

O elemento estruturante a ser usado nas funções é o fator principal para a obtenção de bons resultados em técnicas de detecção usando morfologia matemática, considerando que é o parâmetro que identifica a forma do objeto a ser detectado como feição de interesse.

Como o resultado obtido foi satisfatório, o trabalho pode ser utilizado como uma fase de pré-processamento anterior ao processo de extração automática da malha viária, podendo ser utilizado como um método alternativo para a atualização cartográfica.

7 REFERÊNCIAS

- [1] DAL POZ, A. P.; ZANIN, R.B.; VALE, G. M.; *Extração automática de feições rodoviárias em imagens digitais*. Revista Controle & Automação, Campinas, v. 18, n.1, p. 44-54, jan, fev, mar, 2007.
- [2] CHEN, Y.; VEMURI, B. C.; WANG, L.; *Image denoising and segmentation via nonlinear diffusion*, *Computers Mathematics with Applications*, v. 39, 2000, p. 131-149.
- [3] BARCELOS, C.A.Z.; CHEN, Y.; *Heat flow and related minimization problem in image restoration*, *Computers Mathematics with Applications*, v. 39, 2000, p. 81-97.

- [4] SOILLE, P. *Morphological Image Analysis: Principles and applications*. Springer-Verlag, Berlin, 2003. 298p.
- [5] GOUTSIAS, J.; HEIJMANS, H.J.A M. *Mathematical Morphology*. Amsterdam: IOS Press, 2000, 258p.
- [6] FACON, J.; *Morfologia Matemática: Teorias e Exemplos*. Editora Universitária Champagnat da Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba. 1996. xii. 320p: il.
- [7] MIRANDA, J. I.; CAMARGO, J.; *Detecção de Bordas com o Modelo de Difusão Anisotrópica*. Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Florianópolis, 2007, p. 5957-5964.
- [8] BARCELOS, C.A.Z.; *Restauração e Análise de Imagens via Equações Diferenciais Parciais. Tendências em Matemática Aplicada e Computacional*, v. 3, n. 2, 2002, p. 1-13.
- [9] CUNHA, M. C. C.; *Métodos Numéricos*. 2 Ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2000.